

UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA
Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales



POLYCOPIE DE COURS

ANALYSE DES STRUCTURES
AERONAUTIQUES
(I & II)

Préparé par :

Dr HAMADOUCHE- MAHI AMALE

Année universitaire 2014-2015

Objectifs du cours

Ce cours est destiné aux étudiants du master 1 option « structures aéronautiques » de l'institut d'aéronautique et des études spatiales. Il est consacré principalement à introduire les étudiants au domaine de travail de l'analyste en structure et à l'environnement dans-lequel celui-ci évolue. Il a également pour but de faire comprendre aux étudiants les fonctions des éléments de structures primaires d'un avion, de pouvoir y appliquer les notions générales de la résistance des matériaux, de connaître les techniques d'analyse spécialement développées pour les aéronefs, et savoir y faire référence. Cet objectif sera atteint en introduisant des concepts permettant l'analyse et le dimensionnement des structures aéronautiques avec un poids minimum. Pour ce faire, il est mis en avant les thèmes suivants :

- Outils analytiques et empiriques pour la détermination de la distribution des charges (ou déplacements) dans les structures aéronautiques types (revêtement, semelles de longerons et de nervures, âmes, raidisseurs et lisses, cadres, caissons d'aile, etc.)
- Détermination des relations charges appliquées/conditions de ruine des structures
- Sélection des matériaux permettant d'assurer une résistance à la ruine (rupture, déformation permanente, etc.)

Ce cours a également comme objectif d'initier les étudiants à la philosophie de conception des aéronefs et aux calculs (dimensionnement) dans la phase préliminaire de différentes parties de la structure d'un avion.

Table des matières

ANALYSE DES STRUCTURES	I
Objectifs du cours.....	I
Table des matières	II
CHAPITRE I.....	1
I. INTRODUCTION A L'ANALYSE DES STRUCTURES.....	1
I.1 INTRODUCTION.....	1
I.2 ENVIRONNEMENT DE L'ANALYSTE EN STRUCTURE	1
I.2.1 Groupe de développement	2
I.2.2 Groupe de soutien à la fabrication.....	2
I.2.3 Groupe de soutien à la clientèle	2
I.2.4 Groupe de maintien de la navigabilité.....	2
I.3 PHASES DE DEVELOPPEMENT.....	3
I.3.1 Phase 0 : Exploitation des concepts.....	3
I.3.2 Phase 1 : Conception préliminaire	4
I.3.3 Phase 1.5 : Conception détaillée.....	5
I.3.4 Phase 2 : Certification	5
I.4 PROPRIETES DES MATERIAUX.....	5
CHAPITRE II.....	7
II ANALYSE STATIQUE DES STRUCTURES	7
II.1 SYSTEME STUCTURAL	7
II.2 CLASSIFICATION DES CHARGES	9
II.3 SUPPORTS ET REACTIONS.....	10
II.4 LES EQUATIONS DE L'EQUILIBRE STATIQUE	11
II.5 STRUCTURES STATIQUEMENT DETERMINEES ET STRUCTURES STATIQUEMENT INDERMINEES.....	12
II.6 RAPPELS SUR L'ETUDE DE LA BARRE	12
II.7 LES TREILLIS DE BARRES.....	14
II.7.1 Définition.....	14
II.7.2 Remarque	15
II.7.3 Isostaticité et hyperstaticité des treillis plans.....	15
II.7.4 Equilibre des nœuds.....	16
II.7.5 Déplacements des nœuds.....	17
II.7.6 Calcul d'un treillis plan	18

II.7.7	Calcul d'un treillis tridimensionnel.....	19
CHAPITRE III.....		21
III	CHARGES EXTERNES	21
III.1	INTRODUCTION.....	21
III.2	ORIGINES DES CHARGES EXTERNES.....	22
III.3	RESISTANCE STATIQUE	25
III.4	RESISTANCE A LA FATIGUE	27
III.5	APPLICATION DE LA RESISTANCE STATIQUE DANS LE DOMAINE AERONAUTIQUE ..	29
III.5.1	Définitions	29
III.5.2	Calcul des marges de sécurité.....	31
III.6	TYPES DE CAS DE CHARGES	31
CHAPITRE IV.....		33
IV	STABILITE STRUCTURALE (STATIQUE)	33
IV.1	INTRODUCTION.....	33
IV.2	RAPPEL DE RESULTATS RELATIFS AUX PRINCIPAUX ELEMENTS STRUCTURAUX.....	33
IV.2.1	La poutre	33
IV.2.2	La plaque	35
IV.2.3	La coque cylindrique	36
IV.3	TENUE APRES FLAMBAGE DES PANNEAUX COMPORTANT DES RAIDISSEURS	37
IV.3.1	Résistance après flambage d'un panneau raidi soumis à une compression simple	37
CHAPITRE V.....		45
V	ANALYSE DU CAISSON D'AILE	45
V.1	INTRODUCTION A LA CONCEPTION DE L'AILE	45
V.1.1	Les charges appliquées.....	45
V.1.2	Les éléments structuraux d'un caisson d'aile	47
V.2	CALCUL DU CAISSON D'AILE	50
V.2.1	Description	50
V.2.2	Les données de conception.....	51
V.2.3	Calcul de l'épaisseur des semelles et de la surface des raidisseurs.....	51
V.2.4	Calcul de l'épaisseur de l'âme du longeron	54
CHAPITRE VI.....		56
VI	CALCUL DU FUSELAGE	56
VI.1	INTRODUCTION.....	56
VI.2	DESCRIPTION DE LA STRUCTURE DU FUSELAGE	56

VI.3	CHARGES APPLIQUEES SUR LE FUSELAGE	58
VI.4	CALCUL D'UN FUSELAGE ETANCHE EN PRESSION.....	59
VI.4.1	Calcul élémentaire d'une coque cylindrique en tôle mince raidie par des cadres et des lisses.....	59
VI.4.2	Calcul des charges dues à la pression, contrainte de Hoop.....	61
VI.4.3	Calcul de la surcharge des lisses en flexion.....	64
VI.4.4	Calcul du raccordement d'un fond étanche.....	66
VI.5	LES OUVERTURES.....	70
	RÉFÉRENCES	71
	ANNEXES.....	72
	A1- Conversions utiles en aéronautique	72
	A2- Propriétés mécaniques de quelques matériaux utilisés en aéronautique	73
	A3- Charges appliquées en vol sur différentes parties de l'avion.....	76
	A4- Principaux alliages utilisés en aéronautique	77

CHAPITRE I

INTRODUCTION A L'ANALYSE DES STRUCTURES

I.1 INTRODUCTION

En September 1900, Wilbur Wright écrivait à son père: "I am constructing my machine to sustain about five times my weight and I am testing every piece. I think there is no possible chance of it breaking in the air".

Dans cette déclaration écrite trois ans avant le premier vol motorisé, tous les éléments de base de la conception structurale d'un avion y sont contenus :

- La structure est conçue pour résister à un chargement bien défini ;
- La preuve que la structure a suffisamment de résistance pour supporter ces charges est démontrée par analyse et étayée par des essais ;
- Le niveau de résistance ainsi obtenu est tel qu'une défaillance en service est extrêmement improbable.

Ces éléments de conception structurale sont à la base du travail de l'analyste en structure contemporain.

I.2 ENVIRONNEMENT DE L'ANALYSTE EN STRUCTURE

Le département d'ingénierie d'un avionneur consiste en plusieurs groupes de spécialistes couvrant tous les domaines de l'ingénierie en aéronautique. Le succès d'un produit ne peut être assuré qu'en combinant les connaissances et l'expérience de ces spécialistes travaillant en étroite collaboration. L'analyse des structures n'est qu'un maillon de la chaîne.

Comme plusieurs autres ingénieurs en aéronautique, l'analyste en structure doit s'assurer de la sécurité de chacun des avions produits tout en s'assurant de la viabilité commerciale de ceux-ci. Le but principal de l'analyse en structure est de créer la structure la

plus légère possible pouvant supporter la charge utile la plus élevée. Habituellement, chez un avionneur, les tâches requises en analyse des structures sont réparties sur des groupes :

I.2.1 Groupe de développement

Dans ce groupe, l'ingénieur est tenu de faire la conception préliminaire et de détails tout en collaborant avec d'autres groupes tels que les groupes de conception structurale, dynamique, systèmes (propulsion, atterrisseurs, commandes de vol, etc...), aérodynamique, matériaux et procédés, etc... .

I.2.2 Groupe de soutien à la fabrication

Dans ce groupe, l'analyste en structure travaille avec le concepteur de structure pour analyser des défauts de fabrications ou des dommages induits lors de la fabrication des pièces et assemblages. Dans la mesure du possible, ils trouveront une façon de réparer les pièces non conformes pour rétablir l'intégrité structurale. Dans le cas contraire, la pièce sera rejetée.

I.2.3 Groupe de soutien à la clientèle

Dans ce groupe, l'analyste en structure travaille avec le concepteur de structure pour concevoir des réparations de la cellule pour des avions en service ayant subi des dommages accidentels.

I.2.4 Groupe de maintien de la navigabilité

Dans ce groupe, l'analyste en structure va enquêter et chercher à trouver des solutions à des problèmes qui surgissent en service (donc après la phase de développement), et qui vont toucher une partie significative de la flotte au cours de sa vie. La cause des problèmes est souvent le phénomène de fatigue ou bien des lacunes dans le processus de fabrication.

Tout au long de sa carrière, l'analyste en structure acquerra de l'expérience dans les champs de spécialité suivants :

- Analyse statique

- Analyse dynamique
- Analyse en fatigue
- Analyse en tolérance aux dommages
- Modélisation par éléments finis
- Essais structuraux.

I.3 PHASES DE DEVELOPPEMENT

La conception d'un aéronef est très complexe. Cette complexité ne vient pas nécessairement de la technologie employée mais plutôt de la très grande quantité de variables indépendantes nécessaires pour cette conception. Tout comme un problème mathématique avec plusieurs variables qu'on solutionne par itération, la conception d'un aéronef se fait également par itération. Pour l'analyste en structure, les variables indépendantes se décrivent comme suit :

- Pour définir la structure, il faut connaître (entre-autres) les charges appliquées ;
- Pour calculer les charges appliquées, il faut connaître (entre-autres) la distribution de masse ;
- Pour calculer la distribution de masse, il faut connaître (entre-autres) la définition de la structure.

Remarque : Pour les autres spécialistes (par exemple l'analyste des systèmes et l'aérodynamicien), il existe tout comme pour l'analyste de structures, une série de variables indépendantes.

Les phases de développement ont une nomenclature et une définition différentes chez chaque avionneur, mais elles se ressemblent beaucoup. En voici un exemple :

I.3.1 Phase 0 : Exploitation des concepts

Au début de cette phase, il n'y a que la fonction générale de l'avion qui est définie. La masse totale ainsi que sa distribution sont estimées en se basant sur d'autres avions de conception passée ayant la même fonction, et en posant des hypothèses de réduction de masse en fonction des nouvelles technologies employées.

Ayant défini une enveloppe extérieure de l'avion dans le contexte de l'aérodynamique, un volume total est aussi défini. Ce volume total doit être partagé en :

- Volume pour la charge utile (passagers et bagages) ;
- Volume pour les systèmes ;
- Volume pour la structure ;

C'est ce qu'on appelle la gestion du volume.

A la fin de cette phase, la configuration générale de l'avion doit être définie :

- Définition (position, envergure et profil) des différents plans aérodynamiques (aile, dérive et stabilisateurs) ;
- Diamètre du fuselage ;
- Nombre, positions, dimensions et types de surfaces de contrôle (ailerons et gouvernes) ;
- Nombre, positions, dimensions et types des dispositifs hypersustentateurs ;
- Nombre, positions, et dimensions des hublots et des portes ;
- Positions des cadres (couples), nervures et longerons ;
- Profondeur du plancher de la cabine ;
- Positions et types des systèmes ainsi que leurs types de fixation à la structure.

La durée de cette phase est très variable car très souvent, elle s'exécute avant même qu'un projet ne soit lancé officiellement.

1.3.2 Phase 1 : Conception préliminaire

Une fois le projet lancé commercialement, la conception préliminaire peut débuter. A l'aide de la définition de l'avion exécutée lors de la phase précédente, les premières charges externes sont calculées et appliquées sur un modèle d'éléments-finis.

Au cours de cette phase, toutes les pièces de la structure primaire doivent être répertoriées. Leurs dimensions approximatives et leurs formes générales (sections en « I », en « C », etc...) doivent être définies et le type de matériau constituant chacune des pièces doit être choisi. Les matériaux bruts sont ainsi commandés pour être reçus au cours de la prochaine phase. Des dessins d'architecture de la structure et des systèmes sont produits. Cette phase dure environ six mois.

I.3.3 Phase 1.5 : Conception détaillée

A l'aide des dessins d'architecture, la masse totale de l'avion ainsi que sa distribution peuvent être calculées. Combinées avec les calculs de CFD (Computational Fluid Dynamics), les premières charges de qualité sont ainsi calculées.

Lors de la conception détaillée, les dessins de détails et d'assemblages sont produits. Au fur et à mesure que les dessins sont approuvés, les pièces sont fabriquées. Cette phase dure environ une année.

I.3.4 Phase 2 : Certification

Au cours de cette phase, les premiers avions sont construits pour les essais au sol et en vol. Maintenant que tous les dessins sont produits, la définition de l'avion est complétée et gelée. Les premiers essais en vol permettent d'ajuster les modèles aérodynamiques. Les charges finales peuvent être calculées. Avec ces charges finales, les rapports de certification sont produits. Cette phase dure environ deux ans. A la fin de cette phase, l'homologation de type est octroyée et les premiers avions sont livrés aux clients.

I.4 PROPRIETES DES MATERIAUX

Puisque la tâche principale de l'analyste en structure est de s'assurer de l'intégrité de la structure, la connaissance des propriétés des matériaux est essentielle. La majorité des matériaux utilisés en aéronautique est encore métallique malgré l'avènement des matériaux composites au milieu des années 70. La facilité de fabrication et de réparation des matériaux métalliques ainsi que leur faible coût en ont fait un choix populaire pendant longtemps. Ces dernières années, les matériaux composites se sont imposés grâce à leurs propriétés thermomécaniques exceptionnelles, on les trouve à plus de 50% sur l'Airbus A320.

La source principale des données des matériaux métalliques en aéronautique est le manuel MMPDS (Metallic Material Properties Development and Standardization). Il est régulièrement mis à jour pour refléter la production de nouveaux matériaux. Ce manuel contient les propriétés des matériaux en tension/compression/cisaillement, en fatigue, en flambage, en propagation de fissures et en corrosion sous contraintes. Il contient également

les charges admissibles dans les fixations les plus utilisées dans le domaine de l'aéronautique.

CHAPITRE II

ANALYSE STATIQUE DES STRUCTURES

II.1 SYSTEME STRUCTURAL

N'importe quel corps solide déformable, capable de supporter des charges et de les transmettre à d'autres parties du corps est appelé « système structural ». Les constituants d'un tel système sont des poutres, des plaques, des coques ou une combinaison des trois.

L'élément poutre (figure II-1) est capable de supporter et de transmettre des charges axiales, de flexion, de cisaillement, de torsion ou une combinaison des quatre.

L'élément barre (figure II-2) est un cas particulier de l'élément poutre. Il n'est capable de supporter que des charges axiales. Les systèmes structuraux constitués uniquement d'éléments barres sont appelés « treillis de barres » et sont souvent utilisés pour la construction de structures spatiales (stations orbitales, certaines parties de satellites, etc...), de structures basées au sol (pilonnes de transport d'énergie, ponts métalliques, etc...) et de structures sur mer (plates-formes pétrolières). Les systèmes treillis sont très souvent utilisés car ils sont légers, pratiques et économiques.

L'élément plaque (figure II-3) est une extension bidimensionnelle de l'élément poutre. Les plaques qui ne supportent que des charges axiales appartenant au même plan (que celui de la plaque) sont appelées « membranes » (figure II-4). Celles qui ne supportent que des charges de cisaillement appartenant au même plan (que celui de la plaque) sont appelées « panneaux de cisaillement » (figure II-5). Les panneaux de cisaillement sont utilisés dans les ailes d'avion au niveau des âmes des longerons et des nervures (figure II-6) et sur les dérives des missiles.

Les coques sont des éléments plaques courbées qui occupent un espace 3D. le revêtement du fuselage est un exemple type de coque.

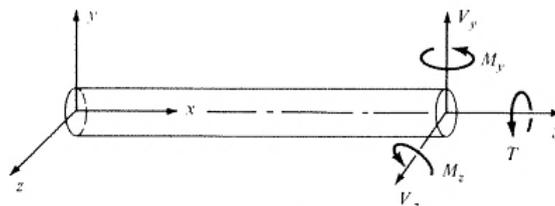


Figure II-1 : Elément poutre

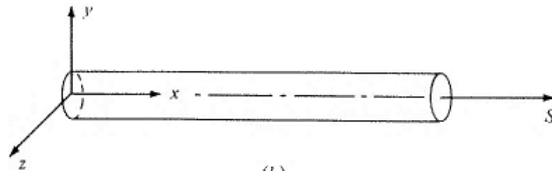


Figure II-2 : Élément barre

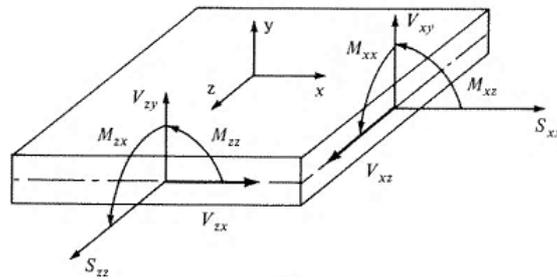


Figure II-3 : Élément plaque

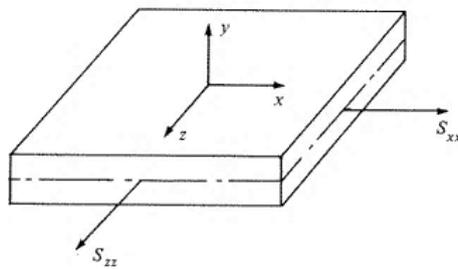


Figure II-4 : Élément membrane

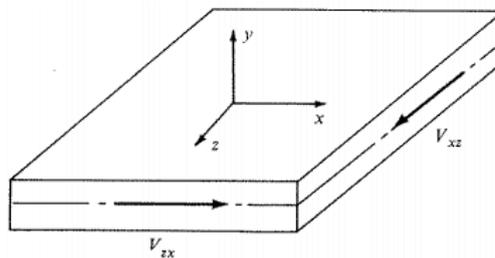


Figure II-5 : Élément panneau de cisaillement

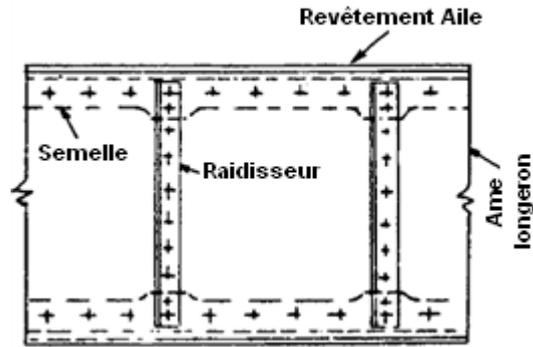


Figure II-6 : Exemple de panneau de cisaillement : Longeron

II.2 CLASSIFICATION DES CHARGES

Les charges agissant sur un système structural sont généralement classées en concordance avec leurs causes. Celles produites par des contacts de surfaces sont appelées « charges surfaciques ». Les pressions (statiques et dynamiques) sont des exemples types de charges surfaciques. Si la surface de contact est très petite alors la charge est dite « concentrée », sinon c'est une charge « distribuée » ou « répartie » (voir figure II-7).

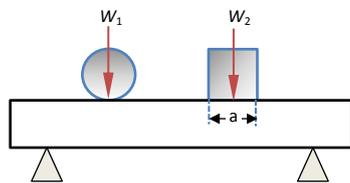


Figure II-7-a : Charges réelles

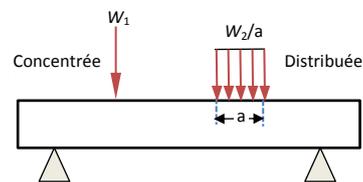


Figure II-7-b : Charges idéalisées

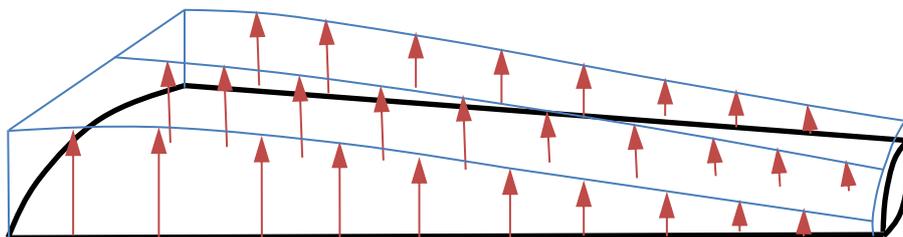


Figure II-7-c : Exemple de charge distribuée : La pression sur une aile d'avion

Les charges qui dépendent du volume du corps sont appelées « charges volumiques » (exemples : les charges d'inertie, de gravitation, magnétiques etc...). Les charges volumiques sont généralement supposées distribuées sur le volume entier du corps. Les charges peuvent

aussi être classées selon qu'elles soient dynamiques, statiques ou thermiques. Les charges dynamiques dépendent du temps alors que les charges statiques en sont indépendantes. Les charges thermiques sont créées par une variation uniforme ou non uniforme de la température.

Afin de définir les charges internes, faisons passer un plan de coupe à travers un membre structural, perpendiculairement à l'axe longitudinal (voir figure II-8) :

- S est la charge axiale,
- $M_x = T$ est le moment de torsion,
- M_y et M_z sont les moments de flexion,
- V_y et V_z sont les charges de cisaillement (qu'on appelle également les efforts tranchants)

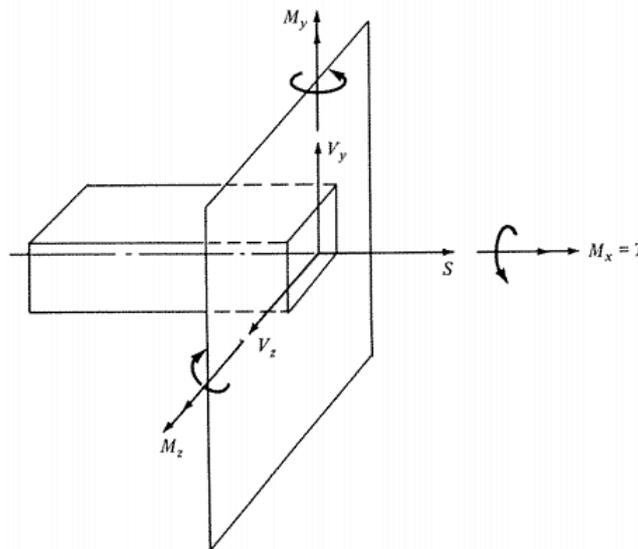


Figure II-8 : Plan de coupe à travers un élément poutre

II.3 SUPPORTS ET REACTIONS

Le but principal des supports est de limiter la liberté de mouvement d'un système structural en certains points. Les principaux supports utilisés en pratique sont les suivants (figure II-9):

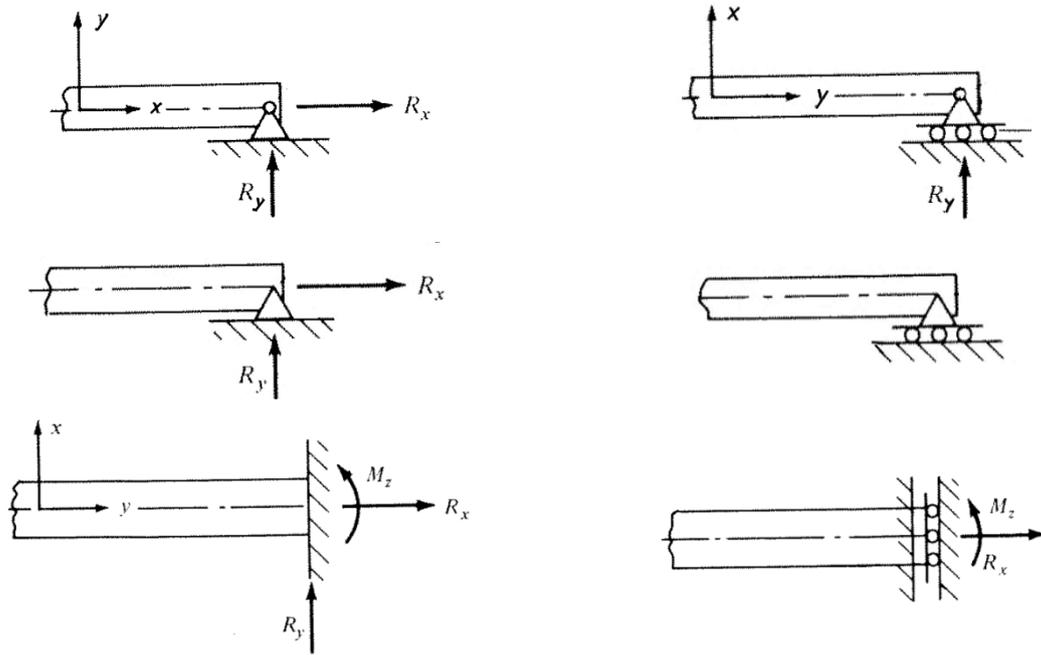


Figure II-9 : Différents types de supports

Les réactions se créent dans les directions où le mouvement n'est pas permis.

II.4 LES EQUATIONS DE L'EQUILIBRE STATIQUE

La toute première étape dans la conception d'un système structural est la détermination des charges internes agissant sur chaque membre du système. N'importe quel solide dans l'espace (ou n'importe quelle partie coupée d'un solide) est dit en état d'équilibre stable s'il satisfait simultanément :

$$\sum F_i = 0 \quad i = x, y, z \quad (\text{II.1})$$

$$\sum M_i = 0 \quad i = x, y, z \quad (\text{II.2})$$

Pour le cas d'une structure plane, l'équation (2.1) devient :

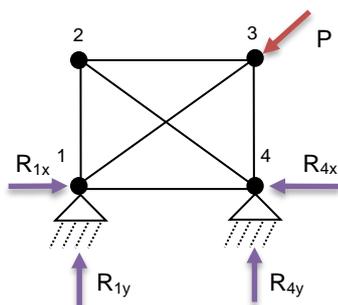
$$\sum F_i = 0 \quad i = x, y \quad (\text{II.3})$$

$$\sum M_z = 0 \quad (\text{II.4})$$

Notons que pour une structure à trois dimensions (dans l'espace), il y a six équations indépendantes de l'équilibre statique alors que pour une structure à deux dimensions (dans un plan), il n'en existe que trois.

II.5 STRUCTURES STATIQUEMENT DETERMINEES ET STRUCTURES STATIQUEMENT INDETERMINEES

Une structure est dite statiquement déterminée si toutes ses réactions externes et ses charges internes peuvent être déterminées en utilisant uniquement les équations de l'équilibre statique, autrement, la structure est dite « statiquement indéterminée ». Dans ce dernier cas, on dit que la structure est « redondante » car il y a plus de forces inconnues que d'équations statiques indépendantes. Des équations supplémentaires sont nécessaires pour la résolution de problèmes de structures redondantes. Ces équations peuvent être obtenues en considérant les déformations (déplacements) dans la structure. Le degré d'indétermination est le résultat de la différence entre le nombre d'inconnues et le nombre d'équations de l'équilibre statique. Considérons l'exemple simple suivant :



4 réactions inconnues (R_{1x} , R_{1y} , R_{4x} et R_{4y})

3 équations de l'équilibre statique

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_z = 0$$

Le degré d'indétermination =

$$4 - 3 = 1$$

Figure II-10 : Exemple de structure redondante

II.6 RAPPELS SUR L'ETUDE DE LA BARRE

Soit une barre de longueur L et de section transversale S sur laquelle est appliqué un effort normal $\vec{F} = \vec{N}$

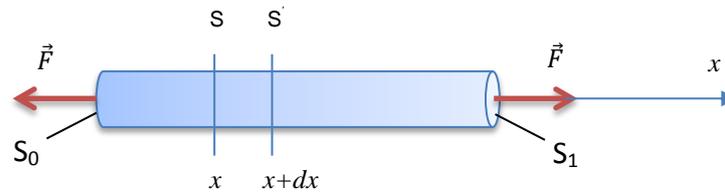


Figure II-11 : Élément barre sous chargement

Dans ce cas, le tenseur des contraintes est :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \sigma_{xx} = F/S \quad (\text{II.5})$$

Le tenseur des déformations est :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\text{avec} \begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E} = F/ES \\ \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\nu \varepsilon_{xx} = -\frac{\nu F}{ES} \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

Et le vecteur des déplacements est :

$$\begin{cases} u = \frac{F}{ES} x \\ v = -\frac{\nu F}{ES} y \\ w = -\frac{\nu F}{ES} z \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

L'énergie potentielle élastique emmagasinée par une tranche de la barre comprise entre les sections S et S' d'abscisses x et x+dx respectivement est :

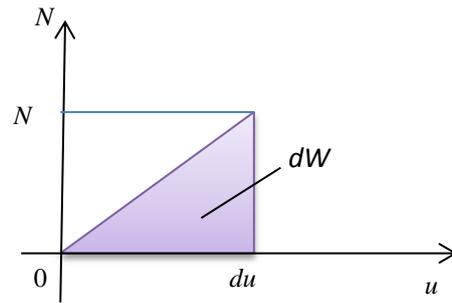


Figure II-12 : Représentation graphique du travail d'une force

$$dW = \frac{1}{2} N du = \frac{1}{2} N \frac{N}{ES} dx = \frac{1}{2} \frac{N^2}{ES} dx \quad (\text{II.8})$$

$$\frac{dW}{dx} = \frac{1}{2} \frac{N^2}{ES} \quad (\text{II.9})$$

D'où le travail est :

$$W = \frac{1}{2} \frac{N^2}{ES} L \quad (\text{II.10})$$

Le rapport $\frac{F}{L \varepsilon_{xx}} = \frac{ES}{L}$ est la rigidité globale

Son inverse $\frac{L}{ES}$ est la souplesse

Le produit ES est la rigidité linéique

II.7 LES TREILLIS DE BARRES

II.7.1 Définition

Un treillis est un assemblage de barres reliées entre elles, en leurs extrémités, par des rotules constituant des nœuds. On suppose de plus que :

- Les liaisons du treillis avec l'extérieur sont également réalisées au moyen de rotules, au niveau de certains nœuds ;
- Les forces extérieures sont appliquées exclusivement au niveau des nœuds ;
- Les poids propres des barres sont négligeables devant les forces extérieures.

Dans ces conditions, chaque barre travaille bien en traction pure ou en compression pure.

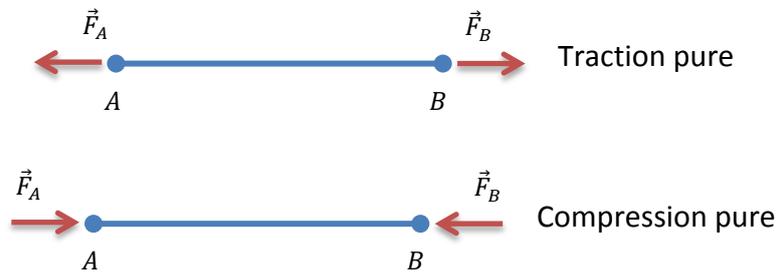


Figure II- 13 : les modes de travail de la barre

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{0}$$

et

$$\vec{AB} \wedge \vec{F}_B = \vec{0}$$

II.7.2 Remarque

- a- De nombreuses structures sont réalisées par assemblage de barres, ces assemblages étant réalisés par soudage, boulonnage ou rivetage. De telles structures ne répondent pas exactement à la définition que nous avons donnée des systèmes treillis puisque les nœuds ne sont pas des articulations, cependant les calculs montrent que les effets de l'effort normal (contraintes, déformations et déplacements) y sont prépondérants devant ceux des autres sollicitations. Ces structures peuvent donc être considérées et calculées comme des treillis avec une très bonne approximation.
- b- Au moment de la conception d'une structure, on doit toujours penser, en premier lieu, à la solution treillis : celle-ci est en effet légère, simple et économique.

II.7.3 Isostaticité et hyperstaticité des treillis plans

On considère un treillis plan débarrassé de toutes ses liaisons avec l'extérieur, appelons b le nombre de ces barres et n le nombre de ces nœuds. S'il est intérieurement isostatique, il constitue un solide, l'immobilisation des barres les unes par rapport aux autres est assurée et la suppression de l'une quelconque d'entre elles le rend hypostatique.

Le positionnement du treillis dans son plan, défini par trois paramètres indépendants (x, y, φ) peut aussi être assuré par celui de ces n nœuds, c'est-à-dire par deux n paramètres liés par b relations. On a alors la relation :

$$2n - b = 3 \quad \text{ou} \quad b = 2n - 3 \quad \text{(II.11)}$$

Si le treillis est intérieurement hyperstatique de degré p , il possède p barres surabondantes, on aura alors :

$$b = 2n - 3 + p \quad \text{(II.12)}$$

En ce qui concerne le système des liaisons avec l'extérieur, celui-ci est isostatique s'il bloque trois degrés de liberté nodaux, ce qui introduit trois réactions pour trois équations de l'équilibre statique. Le treillis est extérieurement hyperstatique de degré q si les liaisons externes bloquent $(3 + q)$ degrés de liberté nodaux, créant $(3 + q)$ réactions inconnues pour trois équations de l'équilibre statique.

II.7.4 Equilibre des nœuds

Soit A un nœud du treillis relié à d'autres nœuds A_i par des barres AA_i (figure II- 14). Appelons \vec{F} (X, Y) , la résultante des forces extérieures données et de liaison appliquées au nœud A , φ_i l'angle polaire du vecteur $\overrightarrow{AA_i}$ par rapport à l'axe Ox , N_i l'effort normal dans la barre AA_i .

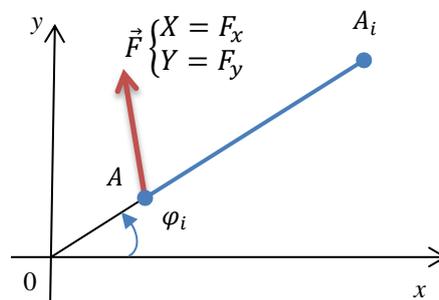


Figure II- 14 : Représentation d'une barre d'un treillis

L'équilibre des forces appliqué au nœud A s'écrit :

$$\vec{F} + \sum_i \vec{N}_i = \vec{0} \quad (\text{II.13})$$

La sommation étant étendue à toutes les barres issues du nœud A.

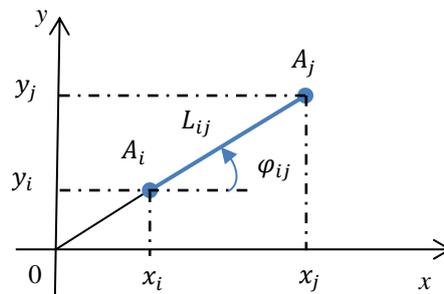
En projetant sur les axes (Ox) et (Oy), nous obtenons :

$$\begin{cases} X + \sum_i N_i \cos \varphi_i = 0 & \text{suivant } Ox \\ Y + \sum_i N_i \sin \varphi_i = 0 & \text{suivant } Oy \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

En écrivant ainsi l'équilibre des n nœuds, nous obtenons un système linéaire de 2n équations.

II.7.5 Déplacements des nœuds

Considérons la barre $A_i A_j$, de caractéristiques L_{ij} , S_{ij} , E_{ij} et soit φ_{ij} l'angle polaire du vecteur $A_i A_j$ par rapport à l'axe Ox, telle que montrée sur la figure suivante.



Dans l'état initial (0), nous avons la relation de Pythagore :

$$(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 = L_{ij}^2 \quad (\text{II.15})$$

Où (x_i, y_i) et (x_j, y_j) désignent les coordonnées des nœuds A_i et A_j respectivement.

Ces coordonnées subissent, sous l'action du chargement, les variations (déplacements) u_i, v_i et u_j, v_j respectivement, petites devant L_{ij} .

La différentiation de l'équation (II.15) donne :

$$(x_j - x_i)(u_j - u_i) + (y_j - y_i)(v_j - v_i) = L_{ij} \delta L_{ij} \quad \text{(II.16)}$$

Compte tenu de la loi de Hooke :

$$\sigma = E \varepsilon \rightarrow \frac{\delta L_{ij}}{L_{ij}} = \frac{N}{ES} \rightarrow \delta L_{ij} = \left(\frac{NL}{ES} \right)_{ij}$$

Et d'après la figure précédente :

$$\begin{cases} (x_j - x_i) = L_{ij} \cos \varphi_{ij} \\ (y_j - y_i) = L_{ij} \sin \varphi_{ij} \end{cases} \quad \text{(II.17)}$$

En divisant les deux membres de l'équation (II.16) par L_{ij} , nous obtenons :

$$\frac{(x_j - x_i)(u_j - u_i)}{L_{ij}} + \frac{(y_j - y_i)(v_j - v_i)}{L_{ij}} = \delta L_{ij} \quad \text{(II.18)}$$

Ce qui nous conduit à l'équation des déplacements des nœuds :

$$(u_j - u_i) \cos \varphi_{ij} + (v_j - v_i) \sin \varphi_{ij} = \left(\frac{NL}{ES} \right)_{ij} \quad \text{(II.19)}$$

On peut écrire une telle équation aux déplacements nodaux pour chaque barre du treillis. Pour un treillis possédant b barres, nous obtenons donc, b équations aux déplacements nodaux.

II.7.6 Calcul d'un treillis plan

On se donne :

1. La géométrie du treillis, en particulier les coordonnées des nœuds, les longueurs et les sections des barres;

2. Les modules de Yong des matériaux constituant les différentes barres du treillis ;
3. Les liaisons avec l'extérieur.

On calcule p et q , les degrés d'hyperstaticité intérieure et extérieure, respectivement.

On dispose de :

1. $2n$ équations d'équilibres nodaux ;
2. b équations aux déplacements nodaux ;
3. $(3 + q)$ conditions imposées aux déplacements nodaux par les liaisons extérieures.

La résolution de ce système linéaire de $(2n + b + 3 + q)$ équations permet de calculer dans tous les cas, les $(2n + b + 3 + q)$ inconnues du problème, à savoir :

1. Les $2n$ déplacements nodaux ;
2. Les b efforts normaux dans les barres ;
3. Les $(3 + q)$ réactions de liaisons extérieures.

Ces paramètres étant déterminés, on en déduit aisément les contraintes, déformations et déplacements en tout point du treillis.

II.7.7 Calcul d'un treillis tridimensionnel

II.7.7.1 Isostaticité et hyperstaticité :

- Si le treillis est intérieurement hyperstatique de degré p ($p = 0$ dans le cas de l'isostaticité intérieure), on a la relation entre le nombre de barres et le nombre de nœuds :

$$b = 3n - 6 + p \quad \text{(II.20)}$$

- Si le treillis est extérieurement hyperstatique de degré q ($q = 0$ dans le cas de l'isostaticité extérieure), les liaisons avec l'extérieur bloquent $(6 + q)$ degrés de libertés nodaux, on a alors $(6 + q)$ réactions scalaires pour 6 équations de l'équilibre statique.

II.7.7.2 Equilibre des nœuds :

$(0,x,y,z)$ désigne un repère orthonormé lié au treillis.

- A est un nœud lié au nœud voisin A_i par la barre AA_i ;
- α_i , β_i et γ_i sont les cosinus directeurs du vecteur AA_i ;

- N_i est l'effort normal dans la barre AA_i ;
- $F(X,Y,Z)$ est la résultante des forces extérieures appliquées au nœud A.

L'équilibre du nœud A se traduit par :

$$\begin{cases} X + \sum_i N_i \alpha_i = 0 \\ Y + \sum_i N_i \beta_i = 0 \\ Z + \sum_i N_i \gamma_i = 0 \end{cases} \quad (II.21)$$

La sommation est étendue à toutes les barres (les i barres) issues du nœud A.

II.7.7.3 Les déplacements nodaux :

$A_i A_j$ désigne une barre de caractéristiques L_{ij} , S_{ij} , E_{ij} . Notons α_{ij} , β_{ij} et γ_{ij} les cosinus directeurs du vecteur $A_i A_j$ et u_i , v_i , w_i , les déplacements du nœud A_i suivant Ox , Oy et Oz respectivement. Pour cette barre l'équation aux déplacements nodaux est :

$$(u_j - u_i)\alpha_{ij} + (v_j - v_i)\beta_{ij} + (w_j - w_i)\gamma_{ij} = \left(\frac{NL}{ES}\right)_{ij} \quad (II.22)$$

II.7.7.4 Méthode générale de calcul :

p et q désignant les degrés d'hyperstaticité intérieure et extérieure respectivement, on écrit :

- Les $3n$ équations d'équilibres nodaux ;
- Les b équations aux déplacements nodaux ;
- Les $(6 + q)$ équations imposées par les liaisons externes.

Et la résolution de ce système linéaire donnera :

- Les $3n$ composantes des déplacements nodaux (u_i, v_i, w_i) ;
- Les b efforts normaux N_i dans les barres ;
- Les $(6 + q)$ composantes des réactions de liaisons externes.

CHAPITRE III

CHARGES EXTERNES

III.1 INTRODUCTION

Un avion en vol et au sol est soumis à des forces diverses qui créent des contraintes sur les différents éléments de la cellule et tendent à la déformer. La cellule doit donc avoir une résistance suffisante pour :

- Ne pas être détériorée par ces contraintes (ne pas subir des déformations permanentes ou une rupture) ;
- Ne pas être détériorée par la répétition fréquente de ces contraintes (phénomène de fatigue des matériaux) ;
- Ne pas fléchir au point d'affecter les qualités aérodynamiques de l'avion.

Pour ce faire, le calcul et le dimensionnement d'un avion doivent se faire pour des cas de charges extrêmes

Les éléments de la structure sont soumis à différents types de sollicitations que l'on classe de la façon suivantes : la tension ou la compression, la torsion, le cisaillement et la flexion :

- Un élément est en **tension** lorsqu'il est soumis à une contrainte qui l'étire
- La **compression** tend à écraser un élément ou à le raccourcir;
- Un élément est en **torsion** lorsqu'il est soumis à un couple ;
- Le **cisaillement** se produit lorsque deux forces agissant en sens contraires, tendent à le déchirer ;
- Lorsqu'une force perpendiculaire au plan de la structure la fait courber, il y a **flexion**.

Remarque :

Généralement, la résistance au cisaillement d'un matériau est inférieure à sa résistance à la tension ou à la compression.

La détermination des charges adéquates pour la conception d'un avion a toujours été considérée comme un problème très important. L'utilisation d'hypothèses conservatives mènera nécessairement à des structures lourdes. Ceci peut raisonnablement être accepté dans beaucoup de domaines techniques mais pas dans celui de l'aéronautique où la réduction du poids de la structure est un paramètre clé et une exigence de première importance. Toutefois, cette réduction du poids ne devrait pas altérer la bonne résistance de la structure car celle-ci est un gage de sécurité non seulement pour les passagers qui occupent l'avion mais également pour les personnes au sol. Il est important de distinguer entre la résistance statique d'une structure et sa résistance à la fatigue.

III.2 ORIGINES DES CHARGES EXTERNES

Les charges externes sont généralement définies comme étant les charges ou forces appliquées sur les différents composants de la structure de l'avion afin de déterminer le niveau de résistance de la structure de l'avion tout entier. Le niveau de résistance ou le critère structural est défini par la vitesse de l'avion, les facteurs de charge, et les différentes manœuvres que l'avion doit être capable d'exécuter.

Les charges externes agissant sur un avion sont d'origines différentes :

1. Les charges aérodynamiques incluant les forces de portance perpendiculaires à la vitesse de l'écoulement de l'air et les forces de trainée parallèles à la vitesse de l'écoulement de l'air. Ces forces agissent sur les surfaces externes de l'avion.
2. Les forces de propulsion agissant sur les moteurs.
3. Les forces de gravité agissant dans la direction du vecteur gravité \vec{g} .
4. Les charges de réaction au sol agissant sur les roues du train d'atterrissage lorsque l'avion est au sol.
5. Les forces d'inertie qu'on appelle aussi les charges apparentes.

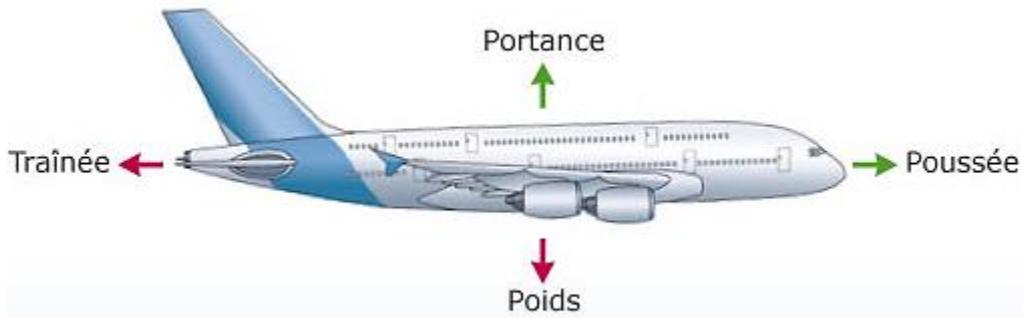


Figure III-1 : Charges appliquées sur un avion en vol

Les forces aérodynamiques sont des forces de pression agissant sur la surface de la structure de l'avion. Une grande proportion des forces aérodynamiques agit principalement sur les surfaces portantes : aile et empennages vertical et horizontal. La figure suivante montre la distribution de pression sur un profil. Notons que la force de pression varie dans la direction de l'envergure de 0 à l'extrémité à un maximum au niveau de l'emplanture. Notons également la variation de la force de pression dans la direction de la corde.

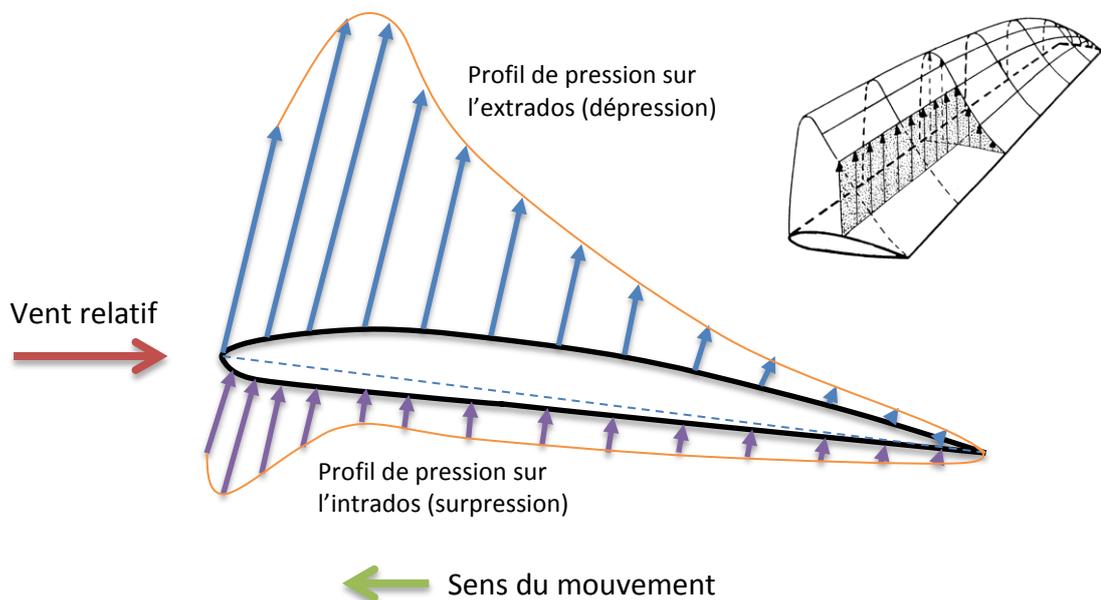


Figure III-2 : Distribution de la force de pression sur un profil

Les charges sur un profil à une station donnée peuvent être représentées par une force de portance, une force de trainée et un moment aérodynamique. La présence du

moment aérodynamique est due au fait que les forces aérodynamiques sont représentées au centre aérodynamique et non pas au centre de pression.

Les forces de propulsion agissent vers l'avant excepté dans le cas où la poussée inverse est engagée et dans ce cas, les forces de propulsion agissent vers l'arrière.

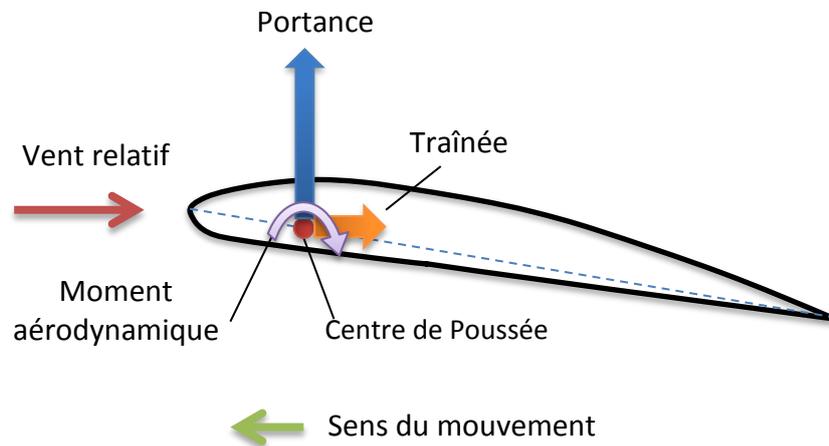


Figure III-3: forces de portance, de traînée et moment aérodynamique sur un profil

Les forces de gravité et les forces d'inertie n'agissent pas sur la surface externe de l'avion mais plutôt sur ses parties massives. Ce sont des forces volumiques qui peuvent être distribuées ou concentrées : la charge marchande, l'intérieur de la cabine et le carburant sont des charges réparties. Les poids des moteurs et du train d'atterrissage sont des charges concentrées.

Dans le projet de conception, la détermination des charges sur différents composants de la structure nécessite l'étude des forces de pression et des forces d'inertie lors de certaines manœuvres qu'elles soient au sol ou en vol. L'objectif est de mettre suffisamment de résistance dans chaque élément de la structure afin d'obtenir une structure d'avion avec un niveau de résistance satisfaisant, compatible avec le poids de la structure. Pour ces raisons, les charges de conception sont obtenues en multipliant les charges appliquées ou limites par le coefficient de sécurité (en général égal à 1.5). Il est à noter que la structure doit pouvoir supporter ces charges de conception (charges extrêmes) tout en gardant son intégrité. La structure n'est pas censée supporter des charges supérieures aux charges de

conception, c'est pourquoi certains coefficients sont introduits dans certains cas afin de pallier aux erreurs introduites par certaines approximations telles que :

- L'approximation due à la théorie aérodynamique,
- L'approximation due à l'analyse des contraintes structurales,
- La variation des propriétés thermomécaniques des matériaux utilisés,
- La variation des standards de fabrication, d'inspection, etc... .

Réellement, la raison la plus importante dans l'introduction des facteurs de sécurité en aéronautique est le fait que pratiquement, chaque avion est conçu pour voler à une vitesse maximale et une accélération maximale. Etant donné que ces paramètres sont sous le contrôle du pilote, il est possible que dans des conditions d'urgence, les charges limites soient légèrement dépassées, mais avec un facteur de sécurité de réserve, ces charges ne provoqueraient pas de dégâts majeurs sur la structure, à la rigueur, des déformations permanentes qui exigeraient la réparation ou le remplacement de certaines pièces ou certaines parties de la structure.

III.3 RESISTANCE STATIQUE

On appelle résistance statique d'un matériau, l'échelle des valeurs numériques de sa résistance obtenue à la suite d'une série progressive de contraintes mécaniques. On la représente par un graphique qui donne les valeurs de la déformation en fonction des contraintes imposées lors des essais sur un échantillon de ce matériau.

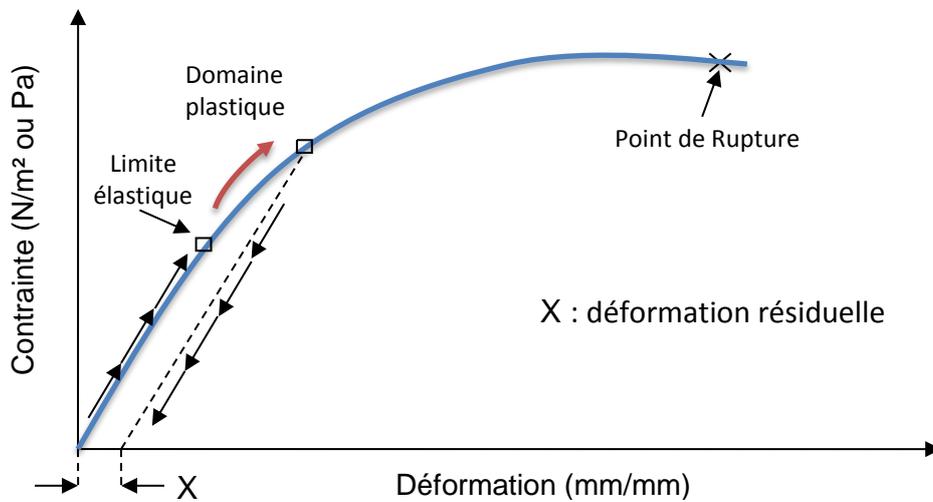


Figure III-4 : Courbe contrainte-déformation

- Dans le domaine élastique, il n'y a pas de déformation permanente (l'éprouvette reprend sa dimension originale lorsque la tension est relâchée).
- Au-delà du point de la limite élastique, il y a une déformation résiduelle.

Pour les matériaux, on a pu définir un coefficient définissant leur élasticité longitudinale, que l'on appelle module d'élasticité longitudinale ou module de Young E . Graphiquement, on le détermine en calculant la pente de la partie linéaire de la courbe « Contrainte-Déformation » (loi de Hooke).

A titre d'exemples, pour :

- L'acier, $E \approx 20\,000$ MPa
- L'aluminium, $E \approx 6\,400$ MPa
- Le bois, $E \approx 1\,000$ MPa
- Le caoutchouc, $E \approx 0.1$ à 0.75 MPa

Cependant, le comportement des matériaux n'est pas immuable et dépend de divers paramètres tels que la température, l'état de la surface, etc.

Ce que nous venons de voir pour un échantillon s'applique également à l'ensemble de l'avion. Par conséquent, lors de la conception d'un appareil, le constructeur doit

connaître les contraintes maximales auxquelles la cellule sera soumise. Il devra prévoir la résistance statique de la cellule puis devra vérifier ces résultats par des essais statiques au sol et par des vols expérimentaux. Cette résistance est définie en termes de limite de facteur de charge.

Le facteur de charge (n) représente le nombre de fois que la portance R_z dépasse le poids réel de l'avion P . Le facteur de charge est parfois exprimé en nombre de g , l'accélération moyenne due à la pesanteur sur la surface terrestre ($g = 9.806 \text{ m/s}^2$).

$$n = R_z/P \quad \text{(III.1)}$$

Ou bien

$$n g = R_z/m \quad \text{(III.2)}$$

Où : R_z est la portance

P est le poids de l'avion

m est la masse de l'avion

III.4 RESISTANCE A LA FATIGUE

C'est la résistance d'un matériau ou d'une structure à des charges répétitives. La plupart des métaux et des alliages métalliques sont sujets au risque de rupture à cause de la fatigue. Cette rupture dépend ordinairement du nombre de répétition de la même charge plutôt que de la durée de la charge. Le nombre de cycles de contraintes nécessaire pour produire une rupture par la fatigue est directement relié à l'amplitude de la contrainte. On exprime le comportement à la fatigue par la courbe de rupture appelée courbe de Wöhler ou diagramme S-N (Stress = Contrainte, N = Nombre de cycles).

Afin de prévenir la rupture de pièces en service on effectue généralement des essais en laboratoire sur des éprouvettes de petites dimensions soumises à des chargements simples. Les résultats permettent de déduire les conditions limites d'utilisation en nombre de cycles admissibles et contraintes admissibles.

Chargement standard

La contrainte appliquée lors d'essais en fatigue est typiquement :

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \sin(\omega t) \quad (\text{III.3})$$

Où σ_m est la contrainte moyenne, σ_a est l'amplitude de la contrainte de rupture qui varie entre σ_{\min} et σ_{\max} et ω est la fréquence d'application de la contrainte.

Le rapport de charge Rc est alors défini par :

$$Rc = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} \quad (\text{III.4})$$

Sur la figure (III.5), nous définissons les paramètres :

σ_D : limite de fatigue ou limite d'endurance (asymptote à la courbe).

R_m : résistance à la traction (contrainte limite de rupture).

N_p : nombre de cycles

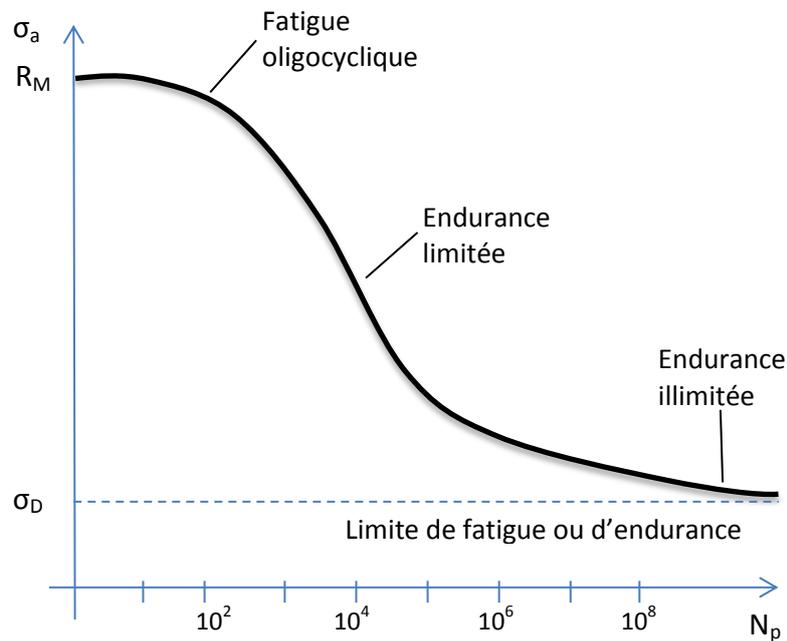


Figure III-5 : Diagramme d'endurance (de Wöhler)

La courbe de Wöhler est constituée de trois domaines de durées de vie :

- le domaine de la fatigue oligocyclique qui correspond aux durées de vie courtes (moins d'environ 10^4 à 10^5 cycles): le matériau est cyclé dans son domaine plastique. Des déformations plastiques macroscopiques apparaissent à chaque cycle de chargement.
- le domaine de l'endurance limitée: c'est un domaine intermédiaire entre la fatigue oligocyclique et le domaine des grandes durées de vie.
- le domaine des grandes durées de vie: au-delà de 10^6 à 10^7 cycles selon les métaux, où le matériau est cyclé dans son domaine d'élasticité macroscopique. Aucune déformation plastique macroscopique cyclique n'est mesurée.

Rapport d'endurance

On définit le rapport d'endurance par la relation σ_D/R_m .

III.5 APPLICATION DE LA RESISTANCE STATIQUE DANS LE DOMAINE AERONAUTIQUE

Pour mieux comprendre les exigences de la résistance statique des structures métalliques des avions, nous devons recourir aux courbes standards « contraintes-déformations » des matières utilisées dans le domaine aéronautique, en y introduisant la notion de « coefficient de sécurité ».

III.5.1 Définitions

Nous définissons les contraintes suivantes :

σ_{ty} est la limite élastique en traction (mesurable) ;

σ_{tu} est la contrainte limite admissible élastique (en traction), observée juste avant la rupture du spécimen ;

f_{tl} est la contrainte réelle appliquée (due à la charge P appliquée) ;

f_{tu} est la contrainte limite calculée ($f_{tu} = 1.5 f_{tl}$) ;

1.5 est le coefficient de sécurité tiré de (FAR 25.303).

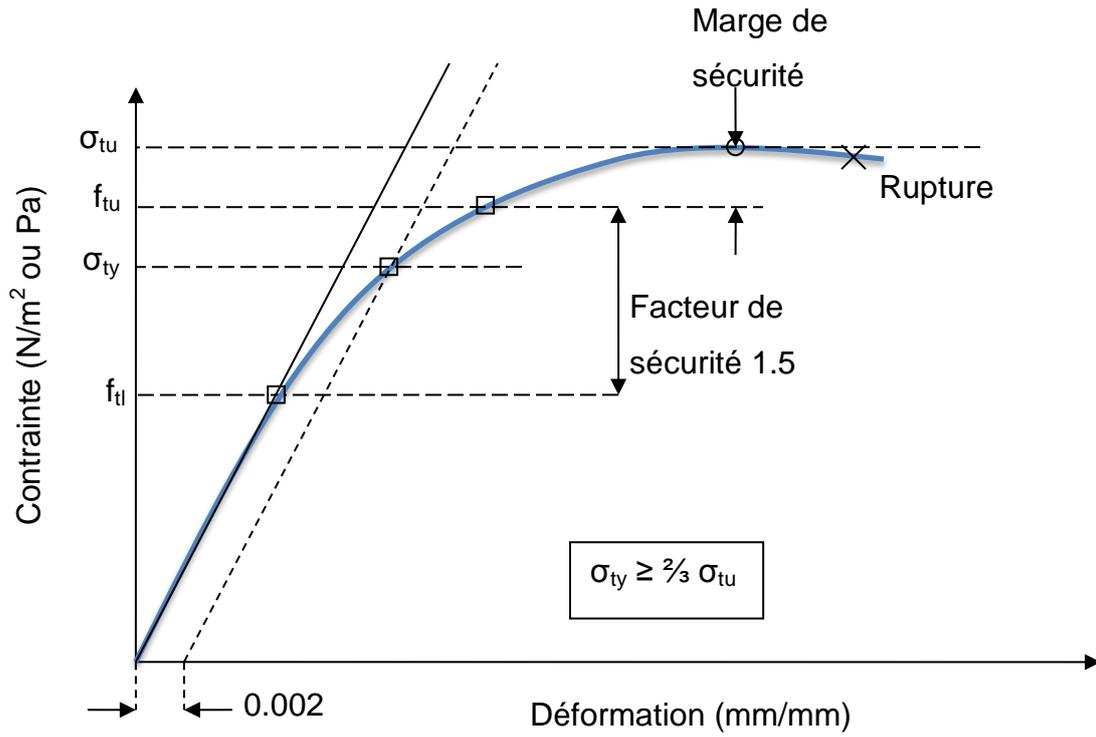


Figure III-6 : courbe contrainte-déformation ($\sigma_{ty} \geq \frac{2}{3} \sigma_{tu}$)

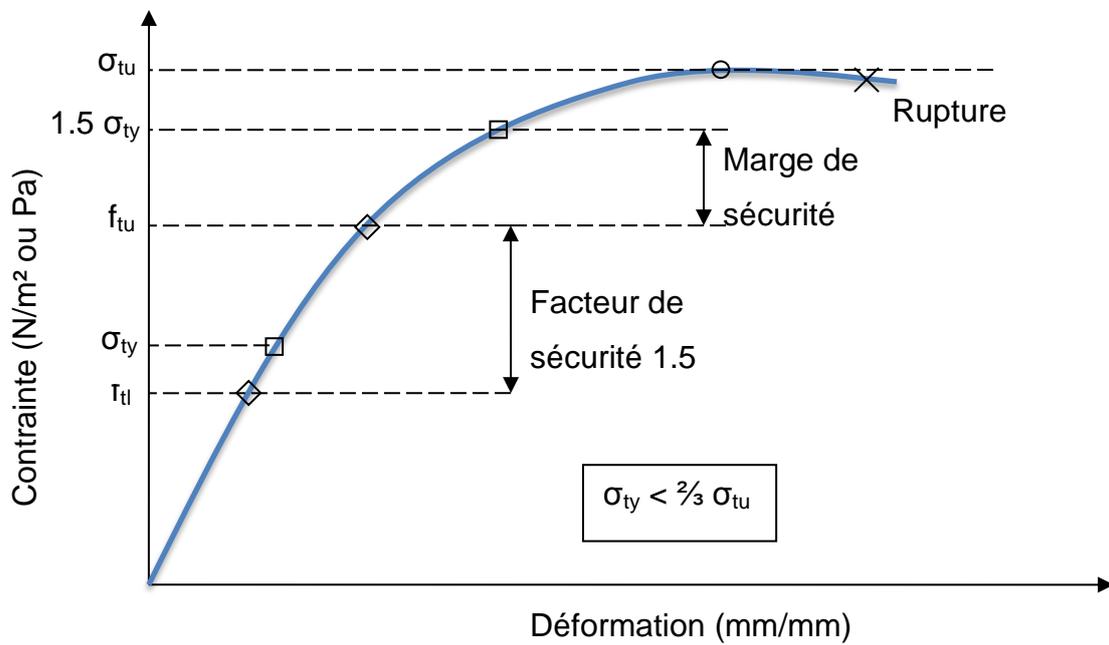


Figure III-7 : courbe contrainte-déformation ($\sigma_{ty} < \frac{2}{3} \sigma_{tu}$)

III.5.2 Calcul des marges de sécurité

Premier cas : $\sigma_{tu} \leq 1.5 \sigma_{ty}$

Dans ce cas la contrainte critique de rupture considérée est σ_{tu}

La marge de sécurité en rupture est :

$$MS_{rupture} = \frac{\sigma_{tu}}{f_{tu}} - 1 > 0 \quad (\text{III.5})$$

Avec

$$f_{tu} = 1.5 f_{tl}$$

La contrainte critique élastique est σ_{ty} et la marge de sécurité par rapport au domaine élastique est :

$$MS_{élastique} = \frac{\sigma_{ty}}{f_{tl}} - 1 > 0 \quad (\text{III.6})$$

Deuxième cas : $\sigma_{tu} > 1.5 \sigma_{ty}$

Dans ce cas la contrainte critique de rupture considérée est $1.5 \sigma_{ty}$

La marge de sécurité en rupture est :

$$MS_{rupture} = \frac{1.5 \sigma_{ty}}{f_{tu}} - 1 \quad (\text{III.7})$$

La contrainte critique élastique est σ_{ty} et la marge de sécurité élastique est :

$$MS_{élastique} = \frac{\sigma_{ty}}{f_{tl}} - 1 \quad (\text{III.8})$$

III.6 TYPES DE CAS DE CHARGES

Les avions sont soumis à une variété de types de chargements tels que les manœuvres de remontée, manœuvre de roulis, les rafales, charges de roulage, etc.

Chaque type de chargement peut être associé avec une variété de conditions de vol et à différentes configurations de l'avion telles que le poids, la vitesse, l'altitude, etc.

Lorsqu'il se produit un cas de charge spécifique avec une amplitude spécifique dans des conditions de vol totalement définies, on dit qu'on est dans un cas de chargement.

Pour définir un cas de chargement pour un certain avion il est nécessaire de connaître :

- la charge marchande et sa distribution,
- le poids du carburant et la distribution de sa masse,
- la vitesse,
- l'altitude de vol,
- l'accélération (linéaire et de rotation),
- Position des dispositifs hypersustentateurs (angles de sortie/rentrée),
- Angle de débattement des surfaces de contrôle primaires (ailerons, gouvernes de profondeur et de direction) et secondaires (volets de bord d'attaque et de bord de fuite, spoilers/aérofreins, volet/tab compensateur).

Il y a deux types de résistance structurale : la résistance statique et la résistance en fatigue. Similairement, il y a deux types de cas de chargement : le chargement statique et le chargement en fatigue.

Les cas de chargements statiques peuvent être subdivisés en deux catégories basées sur le critère de résistance : cas de charges limites et cas de charges ultimes. Les cas de chargements statiques (ou de conception) sont abordés pour analyser des conditions qui se produisent très rarement.

CHAPITRE IV

STABILITE STRUCTURALE (STATIQUE)

IV.1 INTRODUCTION

L'étude du phénomène de stabilité ou d'instabilité structurale statique revient à étudier le flambage d'une structure. L'objet de ce chapitre est l'étude des conséquences des différents phénomènes de flambage pour la résistance de l'ensemble d'une structure d'avion.

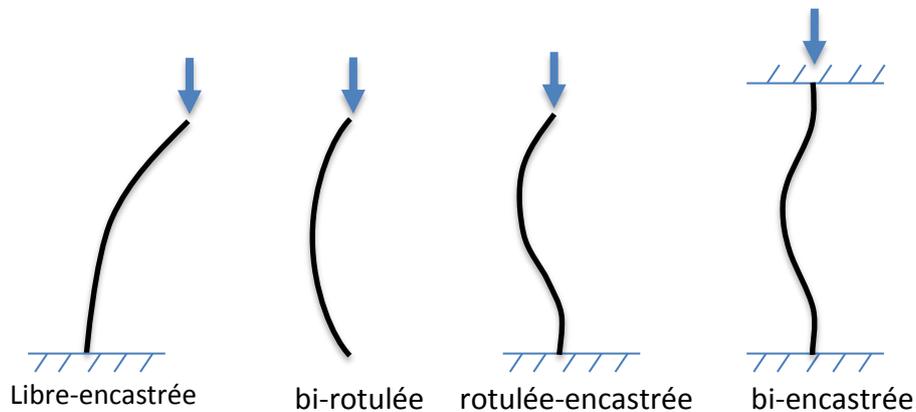


Figure IV-1 : Flambage de la poutre sous différentes conditions aux limites

Sous l'effet d'une force de compression, le rapprochement des points d'appuis tend à déformer la pièce perpendiculairement à la ligne d'action. Pour les pièces élancées, il y a déformation en sinusoïde : c'est le **flambage**. Il se produit lorsque l'effort appliqué atteint l'effort critique de flambage.

IV.2 RAPPEL DE RESULTATS RELATIFS AUX PRINCIPAUX ELEMENTS STRUCTURAUX

IV.2.1 La poutre

Les poutres présentent différents modes d'instabilité correspondant à des modes de chargements spécifiques :

- Flambage en flexion d'une poutre en compression
- Flambage en torsion d'une poutre en compression

Dans le cas des poutres droites, nous retenons le résultat suivant :

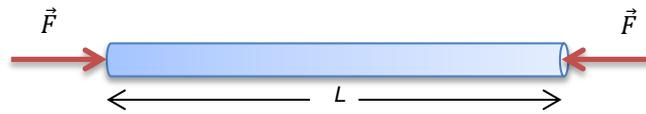


Figure IV-2 : Poutre droite de rigidité uniforme en compression

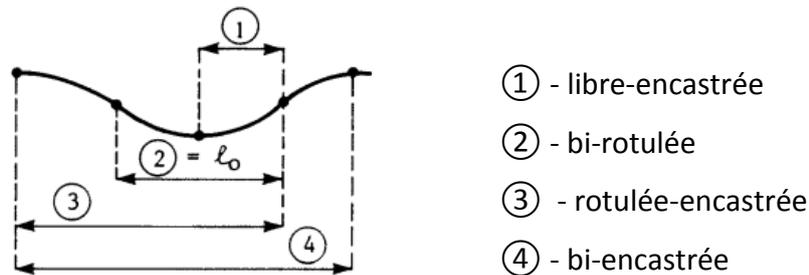


Figure IV-3 : Déformation en flambage d'une poutre droite de rigidité uniforme

La poutre est en compression dans le domaine élastique. L'effort critique de flambage est donné par la formule d'Euler :

$$F_c = \frac{\pi^2 EI}{\ell_0^2} \quad \text{(IV.1)}$$

Où ℓ_0 est la longueur de la demi-onde

E est le module de Young du matériau constituant

I est le moment d'inertie de la section transversale

L est la longueur de la poutre

Posons $L = \alpha \ell_0$

α est un coefficient qui dépend des conditions de liaison avec l'extérieur :

- ① - libre-encastrée, $\alpha = 0.5$
- ② - bi-rotulée, $\alpha = 1$
- ③ - rotulée-encastrée, $\alpha = 1.5$
- ④ - bi-encastrée, $\alpha = 2$

D'où :

$$F_c = \frac{\pi^2 EI \alpha^2}{L^2} \quad (\text{IV.2})$$

Et :

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 EI \alpha^2}{L^2 S} \quad (\text{IV.3})$$

Remarque :

On constate que la rigidité des appuis est un élément fondamental dans la tenue des poutres au flambage. On observe également l'influence défavorable des défauts tels que le mauvais alignement.

IV.2.2 La plaque

On retiendra les deux cas suivants relatifs à une plaque rectangulaire d'épaisseur modérée :

a- Plaque en compression suivant la longueur :

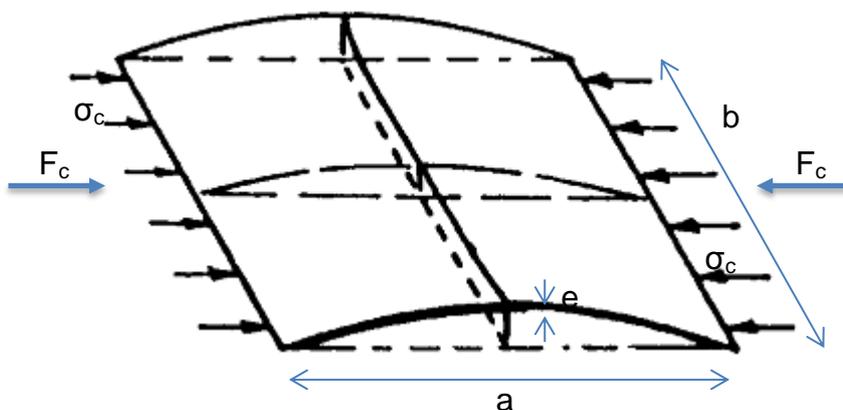


Figure IV-4 : Plaque en compression

La contrainte critique de flambage est :

$$\sigma_c = \frac{F_c}{eb} = K E \left(\frac{e}{b}\right)^2 \quad (\text{IV.4})$$

Où $K = 3.62$ pour bords sur appuis simples

$K = 6.31$ pour bords encastés

b- Plaque en cisaillement sur le pourtour :

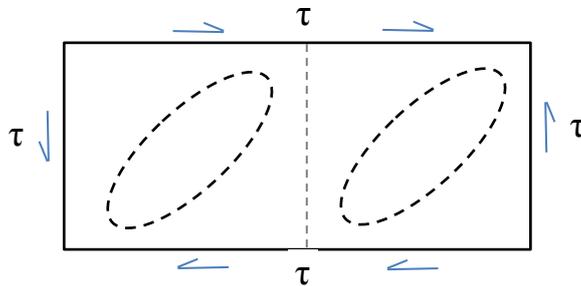


Figure IV-5 : Plaque soumise à un cisaillement sur le pourtour

La contrainte de cisaillement sur la plaque est :

$$\tau_c = K' E \left(\frac{e}{b}\right)^2 \quad (\text{IV.5})$$

Avec :

$$K' = 5 + 6 \left(\frac{b}{a}\right) \quad (\text{IV.6})$$

Remarque :

On constate dans ces deux cas particuliers que le paramètre géométrique déterminant est le rapport (e/b) .

IV.2.3 La coque cylindrique

Nous prendrons le cas simple du cylindre circulaire d'épaisseur uniforme en compression.

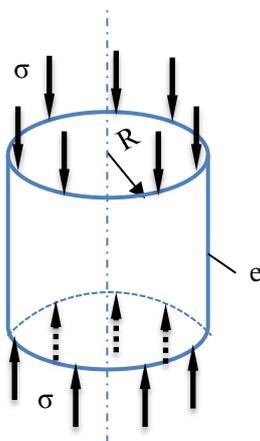


Figure IV-6 : Cylindre d'épaisseur uniforme en compression

La contrainte critique de flambage est :

$$\sigma_c = 0.3 E \left(\frac{e}{R} \right) \quad (\text{IV.7})$$

De façon générale, le rapport (e/R) est le paramètre géométrique déterminant du flambage des coques.

IV.3 TENUE APRES FLAMBAGE DES PANNEAUX COMPORTANT DES RAIDISSEURS

Dans l'étude du flambage des plaques minces isolées, il a été montré que ces éléments structuraux ne pouvaient supporter de charges supérieures à celle ayant provoqué le flambage.

Considérons maintenant des panneaux raidis constitués par des plaques liées à des raidisseurs. On constate que de tels panneaux peuvent supporter sans effondrement général, des charges très supérieures à la charge critique de flambage de la tôle seule. Ce phénomène tire son origine du fait que la tôle mince située au voisinage immédiat des raidisseurs est localement consolidée par la présence de ces éléments rigides et les accompagne dans leur mode de travail.

IV.3.1 Résistance après flambage d'un panneau raidi soumis à une compression simple

a- Observations expérimentales :

Considérons le panneau rectangulaire de tôle mince raidi par des profils parallèles de même matériau, chargé en compression comme l'indique la figure suivante :

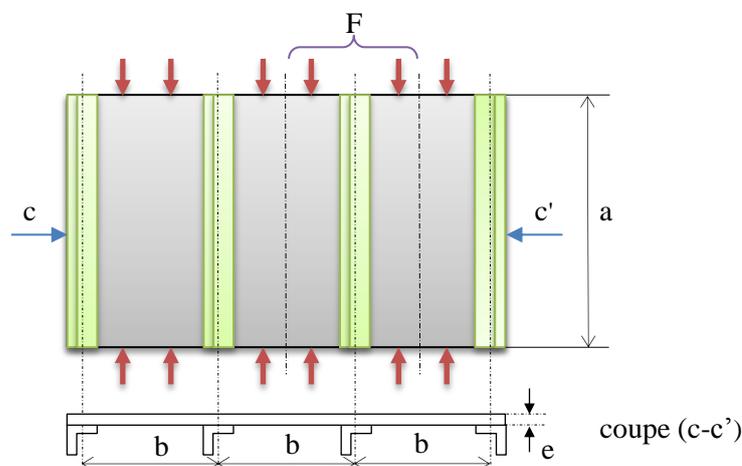


Figure IV-6 : Panneau raidi

Soit F l'effort de compression réparti sur une largeur b du panneau comprise entre les axes de deux raidisseurs successifs.

σ_m est appelé contrainte moyenne :

$$\sigma_m = F / (S_r + e b) \quad \text{(IV.8)}$$

Où S_r est l'aire de la section transversale d'un raidisseur.

Soit σ_c la contrainte critique de flambage de la tôle :

$$\sigma_c = K E (e/b)^2 \quad \text{(IV.9)}$$

Si $\sigma_m < \sigma_c$ on observe alors que la contrainte est la même dans la tôle et les raidisseurs et vaut σ_m .

Si $\sigma_m > \sigma_c$ on observe que :

- $\sigma = \sigma_r > \sigma_m$ dans les raidisseurs
- $\sigma = \sigma_c$ au centre des panneaux de tôle

En plus, on relève une évolution de la contrainte qui varie de $\sigma = \sigma_c$ au centre du panneau à $\sigma = \sigma_r$ à proximité des raidisseurs. Si on continue à augmenter la charge, on obtient finalement un effondrement général.

b- Définition de la largeur équivalente de la tôle :

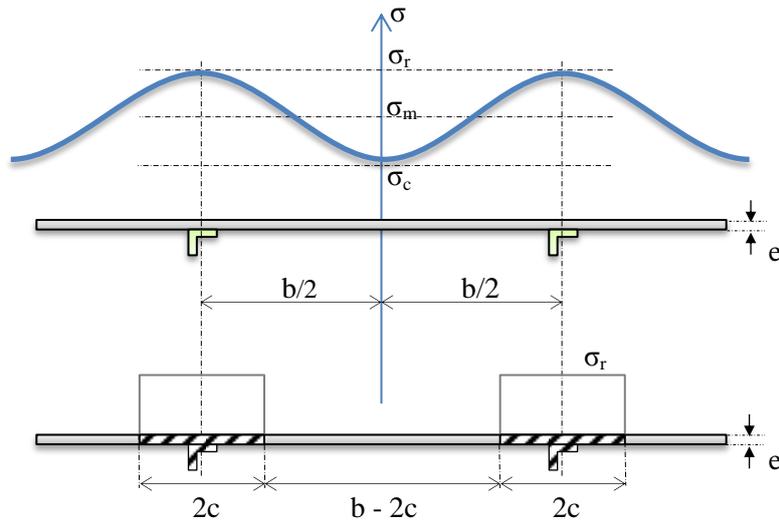


Figure IV-7 : L'évolution de la contrainte sur une maille de panneau raidi et la largeur équivalente c

En écrivant l'équivalence sur une maille du panneau, nous obtenons :

$$F = 2e \int_0^{\frac{b}{2}} \sigma dx + \sigma_r S_r \quad (\text{IV.10})$$

On appellera c la largeur équivalente définie par :

$$F = \sigma_r S_r + 2 e c \sigma_r \quad (\text{IV.11})$$

D'où :

$$c = \frac{1}{\sigma_r} \int_0^{\frac{b}{2}} \sigma dx \quad (\text{IV.12})$$

Cette notation permet, dans les calculs, de remplacer la répartition réelle de la contrainte indiquée sur la figure IV-7, associée à la structure réelle, par une contrainte uniforme de valeur σ_r associée à la structure simplifiée constituée par des raidisseurs liés à des bandes de tôle de largeur $2c$.

La connaissance de c permet de calculer la contrainte σ_r dans le raidisseur et dans la tôle voisine. Si la liaison tôle-raisseur a une résistance suffisante, la charge de compression sera limitée par la contrainte critique de flambage des raidisseurs σ_{rc} . C'est à ce niveau de charge que se produit l'effondrement général.

c- Détermination de la largeur équivalente :

On constate expérimentalement que (c/b) est une fonction croissante du paramètre (σ_c / σ_r) qui ne dépend pas du mode de fixation de la tôle aux raidisseurs.

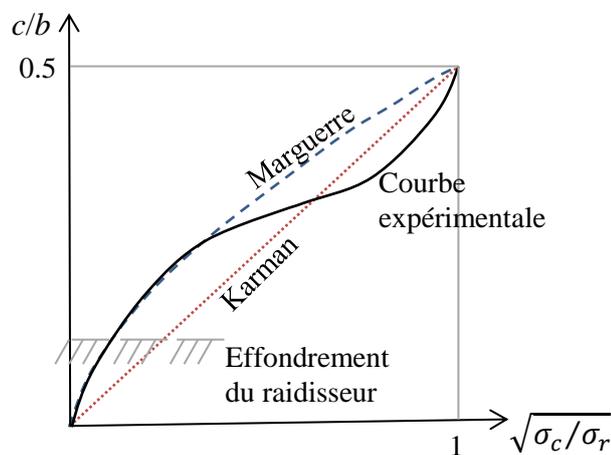


Figure IV-8 : Courbes permettant de déterminer la largeur équivalente

Deux formules ont été proposées :

Formule de Marguerre :

$$c = \frac{b}{2} \left[\frac{\sigma_c}{\sigma_r} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (\text{IV.13})$$

Formule de Karman :

$$c = \frac{b}{2} \left[\frac{\sigma_c}{\sigma_r} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV.14})$$

La formule de Karman présente l'intérêt d'être proche de la réalité pour les valeurs élevées de (σ_c / σ_r) . Par contre, elle a un caractère défavorable pour des valeurs plus faibles de (σ_c / σ_r) . C'est elle qui sera habituellement utilisée.

Connaissant la contrainte critique de flambage d'une tôle d'épaisseur modérée en compression, nous pouvons en déduire sa largeur équivalente :

$$c = \frac{e}{2} \sqrt{K} \sqrt{\frac{E}{\sigma_r}} \quad (\text{IV.15})$$

Pour le cas d'une tôle sur appuis simples : $K = 3.62$

D'où :

$$c = 0.95 e \sqrt{\frac{E}{\sigma_r}} \quad (\text{IV.16})$$

Pour le cas d'une tôle à bords encastées : $K = 6.31$

D'où :

$$c = 1.25 e \sqrt{\frac{E}{\sigma_r}} \quad (\text{IV.17})$$

Remarque :

Au stade de l'avant-projet, nous prendrons pour σ_r la valeur défavorable $\sigma_r = \sigma_E$ (contrainte limite élastique) et dans ce cas :

$$c = 15 e \quad (\text{IV.18})$$

e étant l'épaisseur de la tôle.

d- Cas d'une liaison tôle-raideurs par rivets :

Une telle liaison a pour but la réalisation d'un contact intime entre la tôle et les raidisseurs. Le pas des rivets (distance entre deux rivets successifs) doit être tel que n'apparaissent pas le flambage de la tôle entre deux rivets successifs.

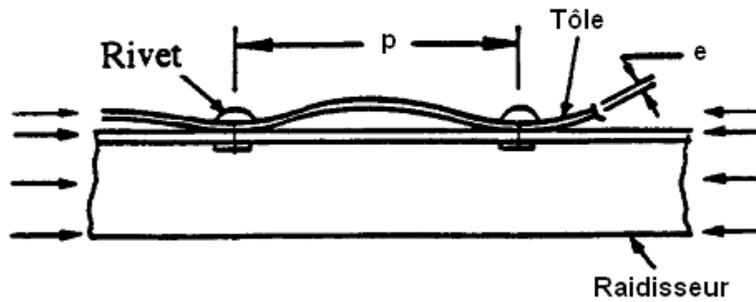


Figure IV-9 : Flambage entre 2 rivets successifs

La poutre constituée par la bande de tôle d'épaisseur e et de largeur $2c$ ne doit pas flamber sous l'action de σ_r .

D'après la formule d'Euler :

$$F_c = \frac{\pi^2 E I}{\ell_0^2} \quad (\text{IV.19})$$

D'où :

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E I}{2ec\ell_0^2} \quad (\text{IV.20})$$

Le moment d'inertie d'une section transversale rectangulaire de hauteur h et de base b étant :

$$I = \frac{b h^3}{12} \quad (\text{IV.21})$$

Dans le cas de notre plaque ayant une longueur beaucoup plus grande que sa largeur (donc se rapprochant d'une poutre), le moment d'inertie de la section transversale est :

$$I = \frac{2 c e^3}{12} \quad (\text{IV.22})$$

Les extrémités étant considérées comme encastées (fixations par rivetage) :

$$L = \alpha \ell_0 \text{ avec } \alpha = 2, \text{ d'où } \ell_0 = L/2 = p/2$$

p étant le pas entre deux rivets successifs

En introduisant le moment d'inertie dans l'expression de la contrainte critique de flambage, nous obtenons :

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E e^2}{3 p^2} \quad (\text{IV.23})$$

Pour que l'ensemble tôle/raidisseur ne flambe pas, il faudrait que la contrainte dans le raidisseur soit inférieure à la contrainte critique de flambage de la tôle:

$$\sigma_r < \sigma_c \quad (\text{IV.24})$$

Autrement dit :

$$\sigma_r < \frac{\pi^2 E e^2}{3 p^2} \quad (\text{IV.25})$$

D'où :

$$p^2 < \frac{\pi^2 E e^2}{3 \sigma_r} \quad (\text{IV.26})$$

Et :

$$p < 1.814 e \sqrt{E/\sigma_r} \quad (\text{IV.27})$$

L'équation (IV.26) est appelée formule de Howland.

Pour que l'ensemble « tôle/raidisseur » ne flambe pas, il faut que la formule de Howland soit vérifiée, autrement, il y aura effondrement de l'ensemble.

En définitive, on traite le problème de la résistance au flambage d'un panneau raidi, de la façon suivante :

1- On calcule σ_c pour la tôle mince,

On calcule $\sigma_m = F / (S_r + e b)$,

- Si ($\sigma_m < \sigma_c$) alors il n'apparaît aucune instabilité de flambage
- Si ($\sigma_m > \sigma_c$) alors la tôle flambe

2- Si le calcul est au stade de l'avant-projet, on prendra $c = 15e$ et on en déduit :

$$\sigma_r = F / (S_r + 2e c) \quad \text{(IV.28)}$$

Si le calcul n'est pas au stade de l'avant-projet alors la largeur équivalente doit être calculée, ensuite sera calculée la contrainte σ_r .

- 3- On vérifie que le raidisseur ne flambe pas.
- 4- On calcule alors le pas du rivetage tôle raidisseur.

CHAPITRE V

ANALYSE DU CAISSON D'AILE

V.1 INTRODUCTION A LA CONCEPTION DE L'AILE

V.1.1 Les charges appliquées

Le point principal à connaître avant la conception d'une aile, est la compréhension et la connaissance des charges qui lui sont appliquées : l'aile est soumise à deux forces principales, la portance et la trainée. A partir de là, la portance est considérée comme la force principale et la trainée est négligée dans l'étude préliminaire.

La portance générée par la présence de l'aile dans un écoulement d'air, est distribuée le long de l'envergure. Cette distribution de portance de l'extrémité à l'emplanture est souvent appelée le « cisaillement vertical ».

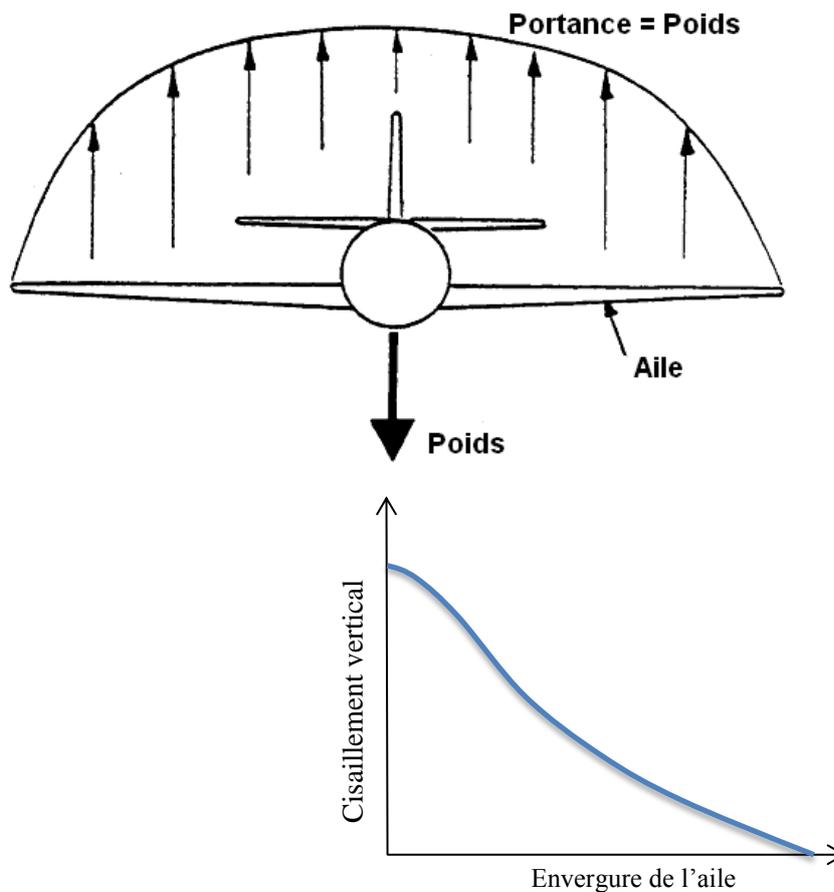


Figure V-1 : Distribution de la portance sur l'aile en vol

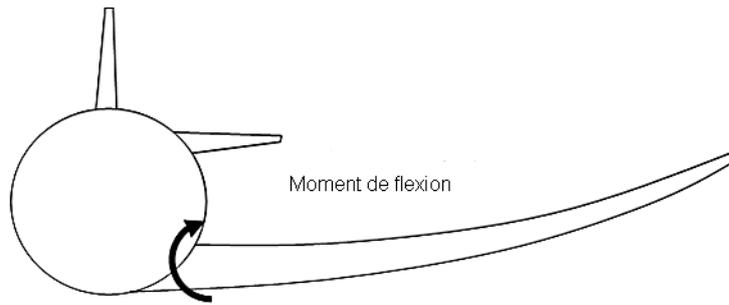


Figure V-2 : Moment de flexion sur l'aile

Le cisaillement vertical crée un moment de flexion et au même moment, une torsion est générée.

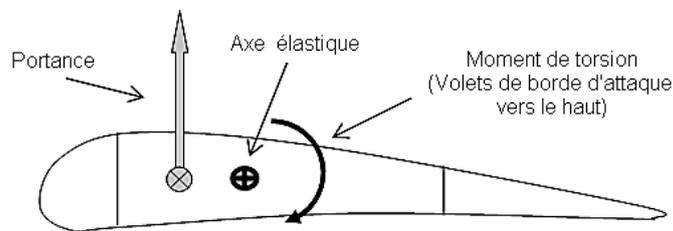


Figure V-3 : Moment de torsion sur l'aile

Cette torsion est due à deux effets :

- Le premier effet est causé par le décalage (distance) entre le centre de poussée du profile et l'axe élastique de la structure de l'aile au niveau d'une certaine station. Cette torsion a tendance à faire tourner le bord d'attaque du caisson vers le haut.
- Le second effet est généré par l'angle de flèche de l'aile. La portance sur la section de l'extrémité externe de l'aile génère un moment au niveau de la section de l'extrémité interne de l'aile à cause du grand décalage crée par l'angle de flèche entre l'emplanture et l'extrémité de l'aile tel que montré sur la figure (V-4).

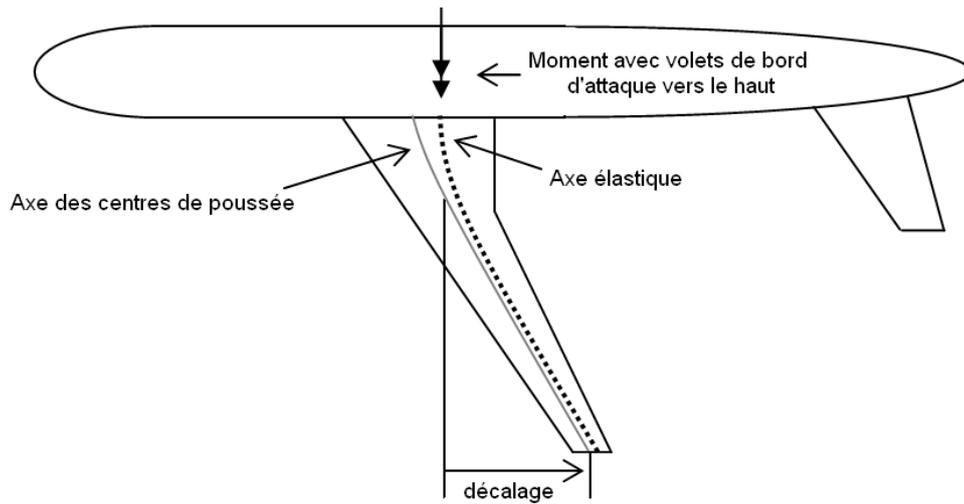


Figure V-4 : Axe élastique, axe de poussée et flèche de l'aile

Le second effet est généralement le plus dominant dans la région de l'emplanture.

V.1.2 Les éléments structuraux d'un caisson d'aile

Chaque aile est différente des autres ailes, elle a ses propres particularités selon le type d'avion : envergure, profils, effilement etc... . Chaque élément de la structure de l'aile est essentiel et a sa propre fonction. La figure (V-5) montre un caisson d'aile standard. Le caisson supporte des efforts de cisaillement, de flexion et de torsion, c'est pourquoi on l'appelle souvent *caisson de torsion*.

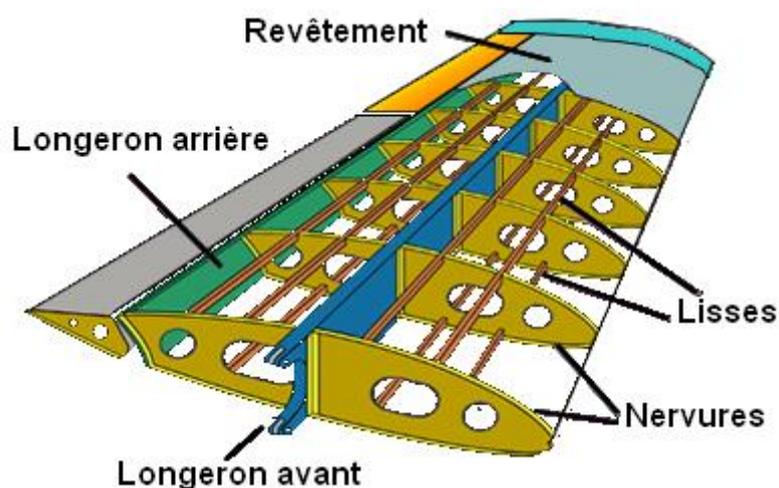


Figure V-5 : Caisson de torsion d'une aile standard

Le **revêtement** a trois fonctions :

- 1- Il transfère la pression aérodynamique, par cisaillement transverse aux raidisseurs adjacents. Il transfère de la même manière, la pression créée par le poids du carburant.
- 2- Il supporte la torsion de l'aile et lui résiste.
- 3- Il résiste aux contraintes axiales (traction sur l'intrados et compression sur l'extrados) engendrées par le moment de flexion.

C'est sur ces deux dernières fonctions qu'est basé le dimensionnement du revêtement (calcul de son épaisseur).

Les **raidisseurs** ont trois fonctions :

- 1- Ils transfèrent le cisaillement transverse reçu du revêtement aux nervures adjacentes.
- 2- Ils résistent aux contraintes axiales engendrées par le moment de flexion.
- 3- Ils participent à l'augmentation de la rigidité du caisson sans considérablement affecter le poids.

Leur dimensionnement est basé sur leur deuxième fonction.

Les **nervures** sont constituées par une âme, des semelles et des raidisseurs verticaux. Elles ont quatre fonctions :

- 1- Elles transfèrent les charges reçues des raidisseurs (du revêtement) vers les longerons de l'aile.
- 2- Elles distribuent le moment de torsion aux âmes des longerons et au revêtement de l'aile à travers l'âme (de la nervure).
- 3- Elles participent à l'augmentation de la rigidité du caisson sans considérablement affecter son poids.
- 4- Elles résistent aux charges d'atterrissage extrême par compression des raidisseurs verticaux.

Les **longerons** sont constitués de deux éléments : une âme et des semelles. Le longeron a trois fonctions :

- 1- Il résiste au cisaillement vertical par son âme.
- 2- Il résiste à la torsion de l'aile par son âme.
- 3- Il résiste aux contraintes axiales (traction/compression) dans les semelles, contraintes engendrées par le moment de flexion de l'aile.

La structure du caisson de l'aile sans les nervures est similaire à une poutre cantilever soumise à un cisaillement T , un moment de flexion M_B et un moment de torsion M_T . L'aile est encastrée au fuselage au niveau de l'emplanture et libre au niveau de son extrémité. Les âmes des longerons de l'aile sont similaires aux âmes d'une poutre en flexion. Les plans extrados et intrados de l'aile sont similaires aux semelles d'une poutre et l'espace fermé formé par les âmes des longerons, et les revêtements (extrados et intrados) est similaire à un tube de torsion rectangulaire.

Remarque :

La structure constituant le bord d'attaque et le bord de fuite n'est pas considérée comme une partie du caisson de l'aile puisque cette structure ne réagit pas efficacement au moment de flexion, au cisaillement vertical et au moment de torsion.

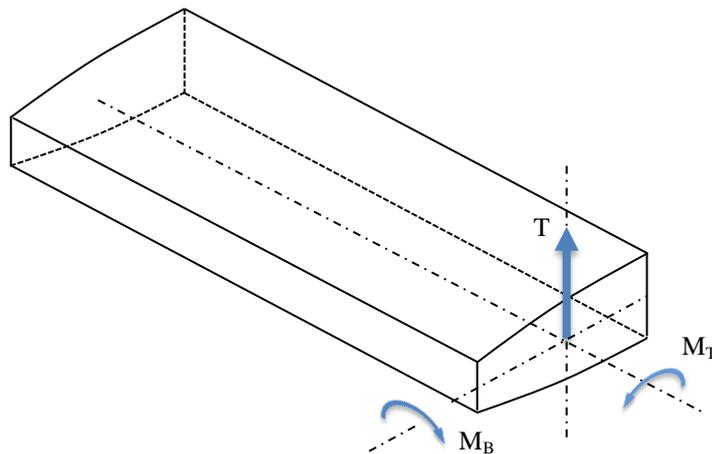
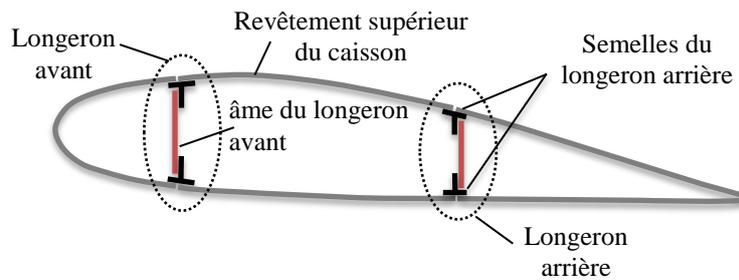


Figure V-6 : Caisson d'aile chargé

Pour les calculs du projet préliminaire, on considère que les semelles (l'équivalent de l'épaisseur des panneaux de revêtement et les semelles des longerons) sont soumises au moment de flexion M_B . L'effort tranchant T est supporté par les âmes des longerons et le moment de torsion est supporté par les âmes des longerons et par les panneaux de revêtement.



V.2 CALCUL DU CAISSON D'AILE

V.2.1 Description

- Caisson bi-longeron ;
- Panneau de revêtement travaillant ;
- Nervures reliant les deux longerons.

H_1 est la hauteur du longeron avant

H_2 est la hauteur du longeron arrière

H_m est la hauteur moyenne du caisson

C est la distance entre les deux longerons

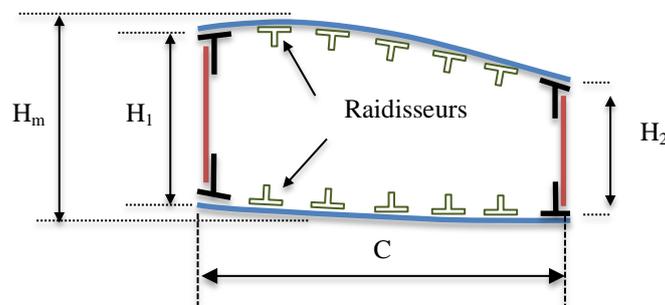


Figure V-7 : Caisson d'aile bi-longeron

V.2.2 Les données de conception

- 1- Les efforts globaux
- 2- La section du caisson à différentes stations le long du longeron
- 3- Les hypothèses de base :
 - Le moment de flexion est supporté par les semelles.
 - Le cisaillement et le moment de torsion sont supportés par les âmes et par les panneaux de revêtement.

V.2.3 Calcul de l'épaisseur des semelles et de la surface des raidisseurs

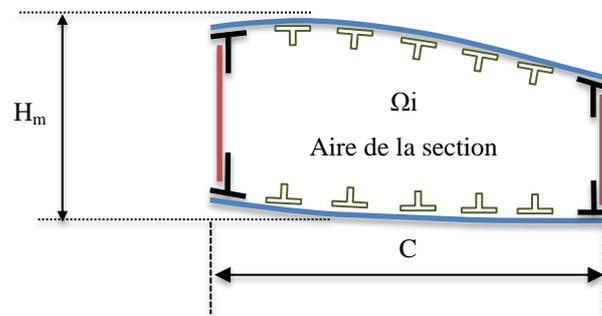


Figure V-7 : Aire d'une section du caisson d'aile à la station i

S_T est la section totale de la semelle (semelle longeron + panneau + raidisseurs)

Ω_i est l'aire de la section à la station i.

a- Calcul de la section totale de la semelle :

$$\sigma = F / S_T \quad (\text{V.1})$$

Où F est l'effort de traction ou de compression (dû à la flexion de l'aile) appliqué sur les semelles supérieure ou inférieure respectivement

σ est la contrainte admissible du matériau choisi (limite élastique)

Alors :

$$S_T = \frac{F}{\sigma} \quad (\text{V.2})$$

Or :

$$F = \frac{M_B}{H_m} \quad (\text{V.3})$$

D'où:

$$S_T = \frac{M_B}{H_m \sigma} \quad (\text{V.4})$$

b- Calcul de l'épaisseur de la semelle et de l'aire des raidisseurs :

➤ Semelle schématisée

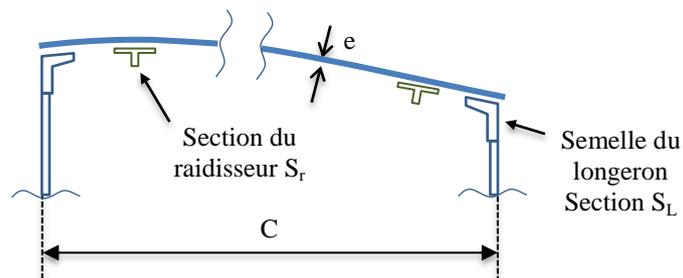


Figure V-8 : Semelle schématisée

➤ Section de la semelle

La semelle est composée par le panneau de revêtement, les semelles des deux longerons et de N raidisseurs.

$$S_T = C e + 2 S_L + N S_r \quad (\text{V.5})$$

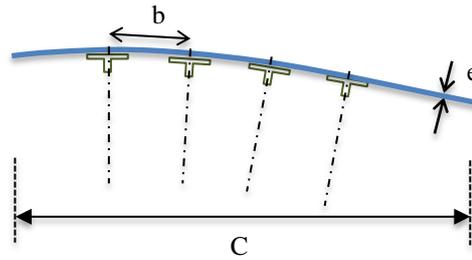
Du point de vue expérimental, on choisit souvent :

$$S_L = 1.5 S_r \quad (\text{V.6})$$

Et dans ce cas :

$$S_T = C e + (N+3) S_r \quad (\text{V.7})$$

➤ Le coefficient de rigidité



e : est l'épaisseur du revêtement

b : est la distance entre deux raidisseurs successifs

$$C = N.b$$

d'où :

$$b = C / N \quad \text{(V.8)}$$

La section du modèle étant :

$$S_{\text{modèle}} = S_r + b e \quad \text{(V.9)}$$

Et le coefficient de rigidité est défini par :

$$V = \frac{S_r}{S_{\text{modèle}}} \quad \text{(V.10)}$$

Dans notre cas :

$$V = \frac{S_r}{S_r + b e} \quad \text{(V.11)}$$

Dans les calculs de pré-dimensionnement, nous prenons :

V = 0.40 sur la surface supérieure (extrados)

V = 0.45 sur la surface inférieure (intrados)

Moyennant ces hypothèses, nous avons deux inconnues : e et S_r . Ces deux inconnues peuvent être déterminées en résolvant le système à deux équations suivant :

$$\begin{cases} S_T = Ce + (N + 3)S_r \\ V = \frac{S_r}{(S_r + be)} \end{cases} \quad (\text{V.12})$$

Connaissant S_r , C , N et b , la résolution du système donne :

L'épaisseur du revêtement :

$$e = \frac{(V - 1)S_T}{((V - 1)C - (N + 3)Vb)} \quad (\text{V.13})$$

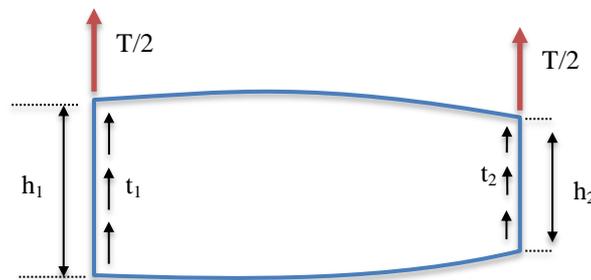
La section d'un raidisseur :

$$S_r = \frac{VbS_T}{(1 - V)C + (N + 3)Vb} \quad (\text{V.14})$$

V.2.4 Calcul de l'épaisseur de l'âme du longeron

L'âme du longeron est soumise au moment de torsion M_T et à l'effort de cisaillement T .

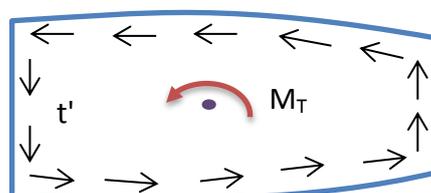
➤ L'effort tranchant T :



t_1 et t_2 sont les flux de cisaillement induit par les efforts de cisaillement,

$$t_1 = T / 2 h_1 \quad \text{et} \quad t_2 = T / 2 h_2 \quad (\text{V.15})$$

➤ Le moment de torsion M_T :



t' est le flux de cisaillement induit par le moment de torsion M_T dans les longerons et les semelles,

$$t' = M_T / \Omega \quad (\text{V.16})$$

➤ Le flux résultant :

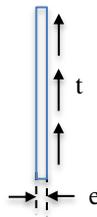
C'est la combinaison des deux flux t_1 ou t_2 et t'

Pour le longeron avant $t'_1 = t_1 - t'$

Pour le longeron arrière $t'_2 = t_2 + t'$

Ces flux nous permettent de calculer l'épaisseur de l'âme des longerons.

Soit σ_t la contrainte admissible en mode de cisaillement



$$\sigma_t = t / e \quad (\text{V.17})$$

d'où :

$$e = t / \sigma_t \quad (\text{V.18})$$

Dans notre cas

$$e_1 = t'_1 / \sigma_t \quad (\text{l'épaisseur de l'âme du longeron avant})$$

$$e_2 = t'_2 / \sigma_t \quad (\text{l'épaisseur de l'âme du longeron arrière})$$

Finalement :

$$e_1 = (t_1 - t') / \sigma_t \quad (\text{V.19})$$

et

$$e_2 = (t_2 + t') / \sigma_t \quad (\text{V.20})$$

CHAPITRE VI

CALCUL DU FUSELAGE

VI.1 INTRODUCTION

En général, le but du transport aérien est de transporter des charges commerciales ou militaires. Ces charges sont logées dans le fuselage. Les fuselages sont donc conçus pour transporter ces charges en toute sécurité. Ils doivent voler à des altitudes très hautes où les pressions et les températures sont très basses, ceci nécessite le réchauffement, la ventilation et la pressurisation de la cabine pour assurer aux passagers un environnement sûr et confortable tout au long des différentes étapes du vol. La structure du fuselage doit protéger les passagers du bruit excessif et des vibrations. L'analyste en structure qui s'occupe de la conception du fuselage doit lui assurer une bonne résistance, une bonne rigidité, une grande durée de vie (résistance à la fatigue) et un poids optimum.

Mis à part quelques structures d'avions légers où s'utilise parfois la construction en treillis, la grande majorité des fuselages sont des coques continues en tôles minces raidies par un ensemble de cadres et de lisses. Ces coques, de formes fuselées (performances aérodynamiques), sont des structures régulières perturbées localement par des ouvertures (hublots, portes, logements d'atterrisseurs, etc...).

VI.2 DESCRIPTION DE LA STRUCTURE DU FUSELAGE

Le fuselage a été conçu au début pour supporter le poids du moteur et du pilote, et relier les ailes et les empennages. Cependant, il a beaucoup évolué au fil des ans. D'abord aérodynamiquement il s'est fuselé d'où son nom, ensuite ses dimensions ont augmenté aussi bien en diamètre qu'en longueur pour transporter des passagers, du fret mais aussi des bombes (avions militaires).

La structure semi-monocoque est la méthode la plus utilisée pour les avions de transport.

Le fuselage est constitué:

- de cadres ou couples, pièces rondes ou ovoïdes

- de lisses profilées longitudinales perpendiculaires aux cadres.
- du revêtement ou peau fixé sur les lisses et les cadres.
- de cloisons de fin de pressurisation
- d'un ou de plusieurs planchers (exemple: A380: deux planchers superposés + un de soute, A330 et A340 : un plancher principal et un de soute)

Les cadres/Couples:

Ils donnent la forme du fuselage - ronds pour les Airbus (300 à 340) et ovoïdes pour le B747 (Boeing) et l' A380 (Airbus).

➤ Les cadres forts:

On les trouve dans les endroits où les efforts sont importants notamment aux jonctions du fuselage avec les ailes, l'empennage, le train d'atterrissage, aux cloisons de fin de pressurisation ainsi qu'au niveau des réacteurs si ceux-ci sont accrochés au fuselage.

➤ Les cadres courants:

Espacés régulièrement le long du fuselage, ils jouent un rôle crucial pour la structure de l'avion en intégrant les efforts dus à la pressurisation encaissés par le revêtement. Les cadres courants sont constitués d'une ou de deux tôles pliées et rivetées entre elles.

Les lisses:

Elles sont constituées de différents tronçons reliés entre eux afin d'en assurer la continuité de l'avant à l'arrière de l'avion. Elles aident le revêtement dans l'absorption des contraintes longitudinales de traction et compression. Les lisses passent à travers les cadres par des emplacements appropriés. Elles sont néanmoins reliées aux cadres par des goussets.

Le revêtement:

Il a été longtemps composé uniquement d'un alliage aluminium- cuivre, aujourd'hui certaines parties sont réalisées en matériaux composites, afin d'en diminuer le poids. Comme pour l'extrados ou l'intrados le revêtement du fuselage encaisse une partie des contraintes de traction-compression, ainsi que les contraintes de cisaillement en jouant le

rôle d'âme. Il absorbe également les charges dues à la pressurisation. La fixation revêtement-lisses se fait par rivets ou par collage (Airbus). En supprimant les rivets, le collage permet un gain de poids non négligeable. Le revêtement assure aussi une isolation thermique et sonore due surtout aux habillages intérieurs (capitonnage, matelas d'isolation et panneaux d'isolation et de décoration).

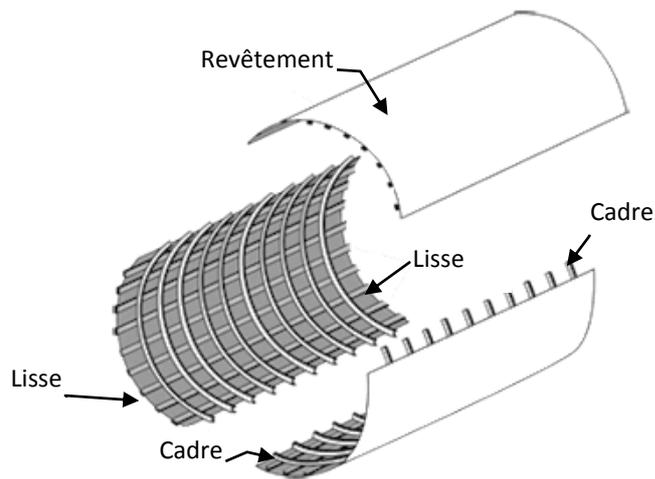


Figure VI-1 : La structure du fuselage semi-monocoque

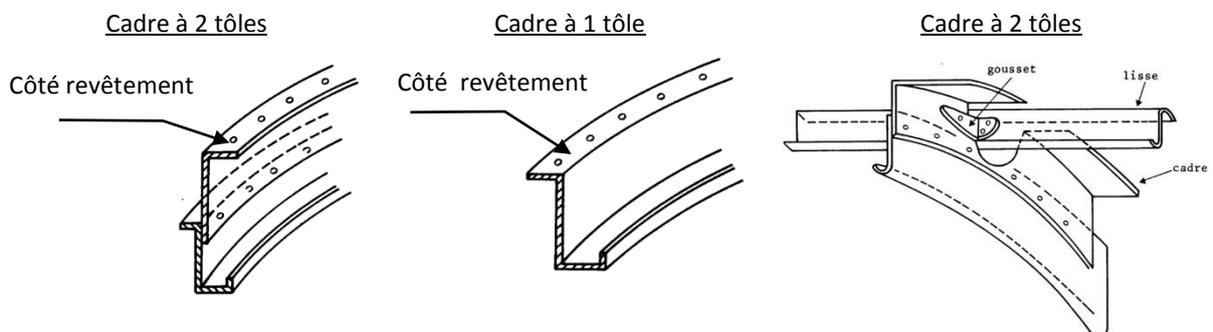


Figure VI-2 : Les cadres

VI.3 CHARGES APPLIQUEES SUR LE FUSELAGE

Comme pour les ailes, le fuselage subit aussi des efforts et des contraintes. On peut considérer que le fuselage est constitué de deux parties. Une partie avant, du cône de nez au caisson central et une partie arrière, du caisson central au cône de queue. Sous l'effet du poids, il se crée des efforts de flexion, la partie supérieure est étirée alors que la partie inférieure est comprimée. Le braquage des gouvernes de profondeur ou de direction crée

également des efforts sur le fuselage. Lorsque l'avion est pressurisé, la différence de pression entre l'extérieur et l'intérieur de l'appareil engendre des contraintes sur le revêtement du fuselage. Si les réacteurs sont accrochés à l'arrière du fuselage, la partie amont aux réacteurs sera comprimée alors que la partie arrière sera étirée dû à la traînée de l'empennage.

VI.4 CALCUL D'UN FUSELAGE ETANCHE EN PRESSION

La majorité des avions modernes volent à des altitudes élevées et leurs fuselages doivent être étanches et supporter les charges dues à la pressurisation avec une bonne marge de sécurité.

On appelle ΔP_{\max} la valeur maximale de la pression différentielle qui s'exerce sur l'enveloppe de fuselage et qui résulte de la pressurisation de la cabine et de la pression atmosphérique extérieure. En pratique, le caractère périodique des charges de pressurisation conduit à dimensionner les zones critiques à partir de critères de fatigue.

VI.4.1 Calcul élémentaire d'une coque cylindrique en tôle mince raidie par des cadres et des lisses

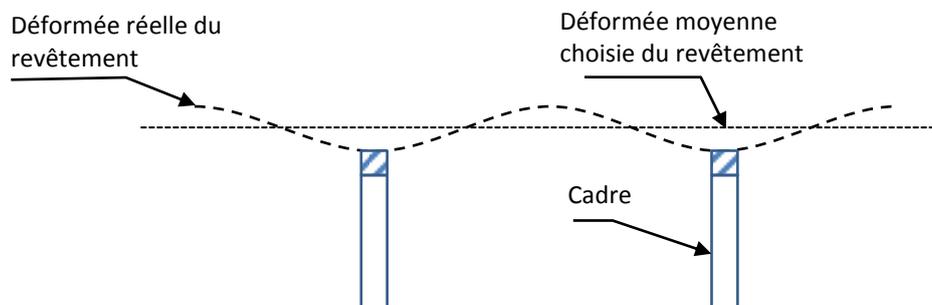
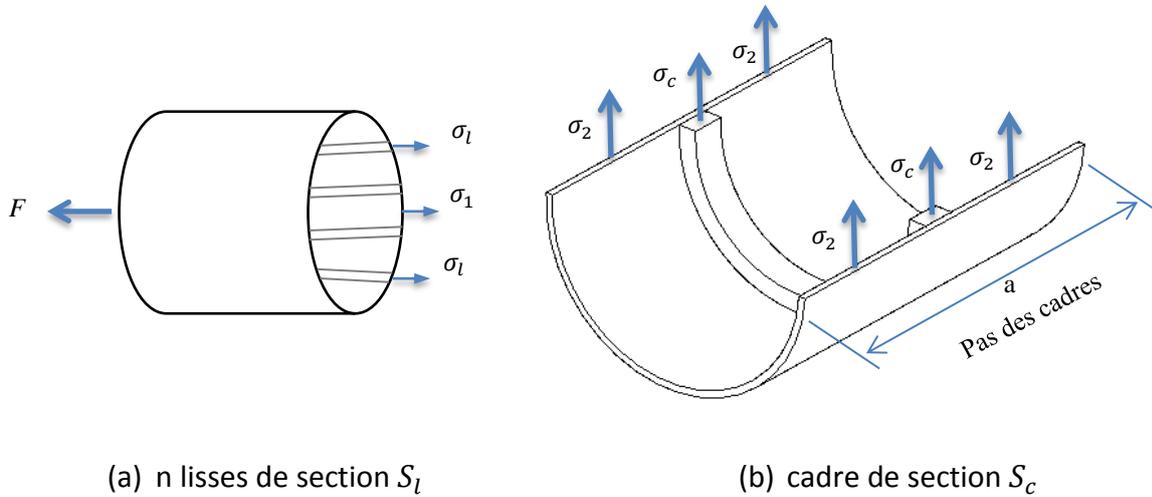


Figure VI-3 : Déformée du fuselage dans le sens longitudinal

Hypothèse de base : On remplace la déformée réelle en « édredon » par une déformée cylindrique circulaire moyenne.

Cette hypothèse, à peu près correcte pour le revêtement est excessivement défavorable pour les cadres.

Par le calcul qui suit, nous allons déterminer les contraintes normales dans les cadres et les lisses (σ_c et σ_l), et les contraintes longitudinale σ_1 et transversale σ_2 dans le revêtement.



(a) n lisses de section S_l

(b) cadre de section S_c

Figure VI-4 : Contraintes appliquées sur les lisses, les cadres et le revêtement

La compatibilité des déformations longitudinales et transversales conduit à :

$$\frac{1}{E_R} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) = \frac{1}{E_l} \sigma_l \quad \text{(VI.1)}$$

$$\frac{1}{E_R} (\sigma_2 - \nu \sigma_1) = \frac{1}{E_c} \sigma_c \quad \text{(VI.2)}$$

E_R , E_l et E_c sont les modules de Young des matériaux constituant le revêtement, les lisses et les cadres respectivement et ν est le coefficient de Poisson.

La première équation traduit l'égalité des déformations longitudinales du revêtement et des lisses. La deuxième équation traduit l'égalité de la déformation longitudinale du cadre (couple) et de la déformation dans le même sens du revêtement.

Et le bilan des forces dans les sens longitudinal et transversal donne :

Pour la figure (VI-4 a) (sens longitudinal) :

$$2\pi R e \sigma_1 + N S_l \sigma_l = \pi R^2 \Delta P \quad \text{(VI.3)}$$

Pour la figure (VI-4 b) (sens transversal) :

$$2 a e \sigma_2 + 2 S_c \sigma_c = 2 \pi R a \Delta P \quad (\text{VI.4})$$

Où :

R est le rayon du fuselage (circulaire),

ΔP est la différence de pression appliquée sur le fuselage,

S_l est l'aire de la section transversale d'une lisse,

S_c est l'aire de la section transversale du cadre,

a est la distance entre deux cadres successifs,

e est l'épaisseur du revêtement,

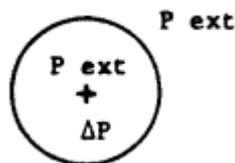
N est le nombre de lisses.

En finalité, nous obtenons un système constitué par les 4 équations (VI-1), (VI-2), (VI-3) et (VI-4). Ces 4 équations permettent de déterminer σ_1 , σ_2 , σ_l et σ_c , si la géométrie du fuselage est totalement déterminée et que la différence de pression sur le fuselage (ΔP) est connue.

Ces mêmes équations permettent de dimensionner le fuselage sous des charges extrêmes, autrement dit, de déterminer l'épaisseur e du revêtement, le rayon R du fuselage, la section S_c des cadres et la section S_l des lisses, ayant choisi à priori le nombre N de lisses et le pas a des cadres.

VI.4.2 Calcul des charges dues à la pression, contrainte de Hoop

L'avion est à une altitude Z. A l'intérieur de la cabine sont maintenues des conditions correspondant à une altitude inférieure à l'ordre de 2000 mètres. La pressurisation gonfle le fuselage et engendre des contraintes.



FigureVI-5 : Pressurisation de la cabine

Une tranche de revêtement est soumise à deux contraintes :

- Une contrainte normale ou longitudinale $\sigma_x = \sigma_1$
- Une contrainte de cisaillement ou tangentielle $\sigma_t = \sigma_2$

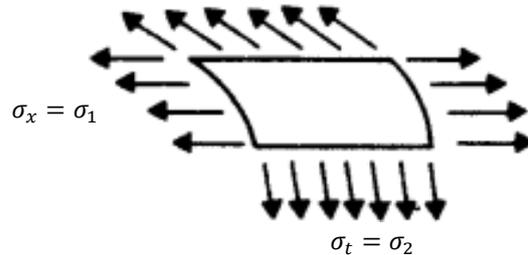


Figure VI-6 : Contraintes sur une tranche de revêtement

a- Calcul des contraintes longitudinales :

Soit un cylindre pressurisé (figure VI-7). Coupons-le en deux parties selon le sens transversal (figure VI-8).

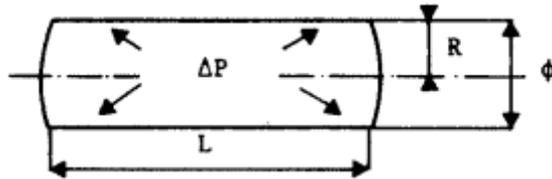


Figure VI-7 : Cylindre fermé pressurisé

L'effort réparti sur la partie coupée est égale au produit de σ_1 à l'aire de la section coupée (S).

$$S = 2 \pi R e \quad \text{(VI.5)}$$

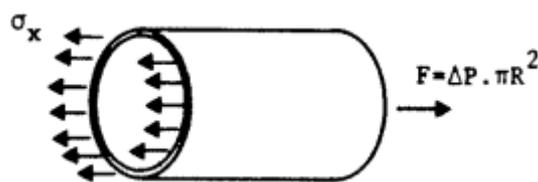


Figure VI-8 : Cylindre fermé coupé

D'après l'équilibre des forces sur la figure VI-8 :

$$\pi R^2 \Delta P = 2 \pi R e \sigma_1 \quad (\text{VI.6})$$

d'où, la contrainte longitudinale:

$$\sigma_x = \sigma_1 = \frac{R}{2e} \Delta P \quad (\text{VI.7})$$

b- Calcul des contraintes tangentielles de Hoop:

Coupons le cylindre pressurisé en deux demi-coquilles, fermons en une par un fond plat (figure VI-9).

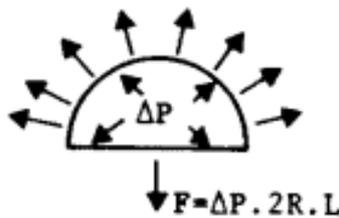


Figure VI-9 : demi-cylindre pressurisé fermé

La composante verticale de la résultante des forces réparties sur la demi-coquille est égale à la force s'exerçant sur le fond plat, soit :

$$F = 2 R L \Delta P \quad (\text{VI.8})$$

Supprimons le fond plat et remplaçons-le par des efforts répartis sur les deux bords coupés.

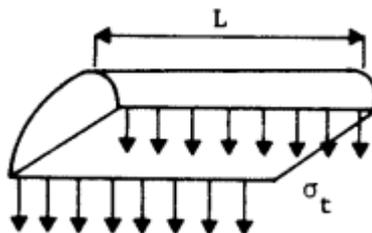


Figure VI-10 : demi-cylindre ouvert

$$F = 2 L e \sigma_t \quad (\text{VI.9})$$

Donc :

$$2 L e \sigma_t = 2 R L \Delta P \quad (\text{VI.10})$$

Et la contrainte tangentielle est obtenue par :

$$\sigma_t = \sigma_2 = \frac{R}{e} \Delta P \quad (\text{VI.11})$$

Cette contrainte tangentielle est appelée « contrainte de Hoop ».

Finalement :

$$\sigma_t = 2\sigma_x$$

Ou bien :

$$\sigma_2 = 2\sigma_1$$

(VI.12)

VI.4.3 Calcul de la surcharge des lisses en flexion

La déformée du fuselage n'est pas cylindrique : entre deux cadres successifs, le revêtement a un aspect « d'édredon » et les lisses sont partiellement entrainées dans la flexion du revêtement.

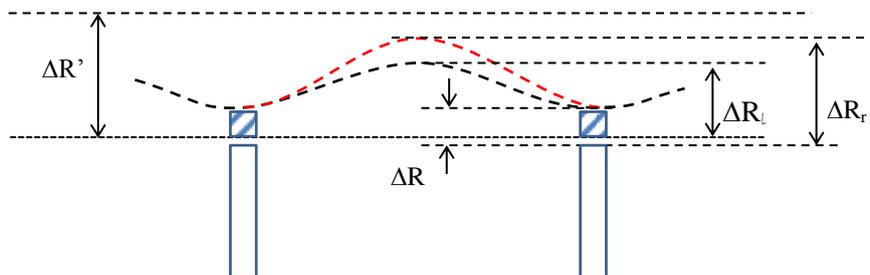


Figure VI-11 : Déformée du fuselage entre deux cadres successifs

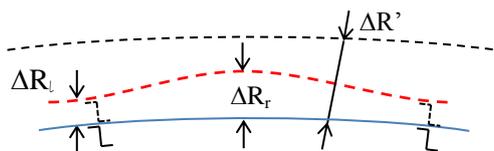


Figure VI-12 : Déformée du fuselage entre deux lisses successives

ΔR_l est le déplacement radial réel du revêtement à l'endroit d'une lisse, entre deux cadres.

ΔR_r est le déplacement radial réel du revêtement au milieu d'une maille (entre deux lisses).

ΔR est le déplacement radial réel d'un couple.

$\Delta'R$ est le déplacement radial du cylindre constitué par le revêtement seul.

Par un raisonnement logique, nous aurons certainement :

$$\Delta R_l < \Delta R_r \quad \text{et} \quad \Delta R_r < \Delta'R$$

Soit Y_{\max} la flèche maximum de la lisse en son milieu :

$$Y_{\max} = (\Delta R_l - \Delta R) < (\Delta'R - \Delta R) \quad \text{(VI.13)}$$

Or la déformation ε du couple est :

$$\varepsilon = \Delta R / R = \sigma_c / E \quad \text{(VI.14)}$$

D'où :

$$\Delta R = (R / E) \sigma_c \quad \text{(VI.15)}$$

Et la déformation du revêtement seul est :

$$\frac{\Delta'R}{R} = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1) = \frac{1}{E} \left(\frac{\Delta PR}{e} - \nu \frac{\Delta PR}{2e} \right) \quad \text{(VI.16)}$$

D'où le déplacement radial du cylindre seul est :

$$\Delta'R = \frac{2 - \nu}{2} \frac{\Delta P R^2}{eE}$$

Si ΔL est l'élongation du cylindre (fuselage) alors :

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) = \frac{1}{E} \left(\frac{\Delta PR}{2e} - \nu \frac{\Delta PR}{e} \right) \quad \text{(VI.17)}$$

D'où :

$$\Delta L = \frac{\Delta P R L}{E e} (0.5 - \nu) \quad (\text{VI.18})$$

VI.4.4 Calcul du raccordement d'un fond étanche

Le raccordement d'un fond à un cylindre pose un problème délicat de compatibilité des déformations. Les revêtements étanches de fuselage étant peu rigides en flexion, la solution consiste à placer un cadre fort au niveau du raccordement.

Faisons le raccordement d'une calotte sphérique sur un cylindre avec renforcement par cadre fort au niveau du raccordement.

a- Calcul de l'angle de raccordement :

En général, à cause de l'aménagement de la cabine, on préfère remplacer le fond hémisphérique par un fond en calotte sphérique de faible courbure. En effet, plus le fond se rapproche du plan et plus l'aménagement du fond de cabine s'en trouve facilité. Ce dôme (calotte sphérique) supporte les charges de pression sous forme de contraintes en membrane.

Nous ferons les calculs de telle sorte que l'angle de raccordement ne soit pas modifié après déformation. L'indice « ' » sera affecté aux paramètres relatifs à l'état après déformation.

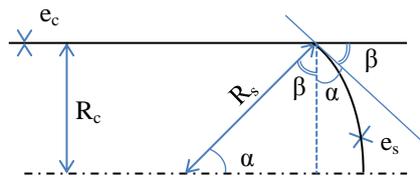


Figure VI-13 : Raccordement calotte/cylindre

Nous voulons que :

$$\sin \beta = \sin \beta' \quad (\text{VI.19})$$

Ou encore :

$$\sin \alpha = \sin \alpha' \quad (\text{VI.20})$$

Or

$$\sin \alpha = \frac{R_c}{R_s} \quad (\text{VI.21})$$

Et

$$\sin \alpha' = \frac{R'_c}{R'_s} \quad (\text{VI.22})$$

ΔR_c étant la variation radiale du rayon du cylindre (fuselage)

et ΔR_s étant la variation radiale du rayon de la sphère

$$R'_c = R_c + \Delta R_c = R_c + R_c \varepsilon_c = R_c(1 + \varepsilon_c) \quad (\text{VI.23})$$

et

$$R'_s = R_s + \Delta R_s = R_s + R_s \varepsilon_s = R_s(1 + \varepsilon_s) \quad (\text{VI.24})$$

Nous voulons donc que :

$$\frac{R_c}{R_s} = \frac{R'_c}{R'_s} \quad (\text{VI.25})$$

Or

$$\frac{R'_c}{R'_s} = \frac{R_c}{R_s} \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + \varepsilon_s} \quad (\text{VI.26})$$

Il faut donc que :

$$\frac{1 + \varepsilon_c}{1 + \varepsilon_s} = 1 \quad (\text{VI.27})$$

D'où :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s \quad (\text{VI.28})$$

Il faut donc assurer la compatibilité des déformations le long de la ligne de raccordement.

Or pour le cylindre :

$$\varepsilon_c = \frac{(\sigma_{cy} - \nu \sigma_{cx})}{E_c} \quad (\text{VI.29})$$

E_c étant le module d'Young du matériau constituant le cylindre.

Avec :

$$\sigma_{cx} = \frac{\Delta P R_c}{2 e_c} \quad \text{(VI.30)}$$

Et :

$$\sigma_{cy} = \frac{\Delta P R_c}{e_c} \quad \text{(VI.31)}$$

Pour la calotte hémisphérique, les contraintes méridienne et tangentielle (perpendiculaire à la méridienne) en membrane sont identiques et sont égales à :

$$\sigma_s = \frac{\Delta P R_s}{2 e_s} \quad \text{(VI.32)}$$

Et la déformation de la calotte sphérique sera :

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\Delta P R_s}{2 E_s e_s} \quad \text{(VI.33)}$$

E_s étant le module d'Young du matériau constituant la sphère.

Etant donné que l'équation $\varepsilon_c = \varepsilon_s$ doit être vérifiée, alors :

$$\frac{R_c}{R_s} = \frac{E_c}{E_s} \frac{e_c}{e_s} \frac{1}{2 - \nu} = \sin \alpha \quad \text{(VI.34)}$$

Remarque :

En général le cylindre et la calotte sphérique sont constitués par le même matériau et ont la même épaisseur de tôle.

Calcul du cadre fort de raccordement :



Figure VI-14 : Position du cadre fort de raccordement et forces appliquées

Le cylindre applique sur le cadre une force F_c par unité de circonférence du cadre :

$$F_c = \frac{\Delta P R_c}{2} \quad \text{(VI.35)}$$

La calotte sphérique applique sur le cadre une force F_s par unité de circonférence du cadre :

$$F_s = \frac{\Delta P R_s}{2} \quad \text{(VI.36)}$$

Ces deux forces ont une résultante radiale :

$$f = \frac{\Delta P R_s}{2} \cos \alpha \quad \text{(VI.37)}$$

Cette charge radiale sollicite le cadre en compression pure.

Coupons le cadre en deux demi-cercles. Fermons en un tel que montré sur la figure suivante

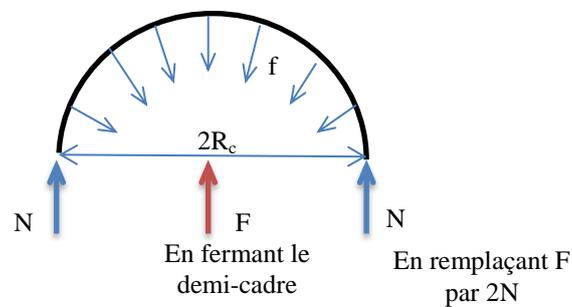


Figure VI-15 :Demi-cadre

La résultante des charges appliquée sur le fond est :

$$F = 2 R_c f \quad \text{(VI.38)}$$

En rouvrant le demi-cadre, la force F se départage sur les deux extrémités du demi cadre, d'où :

$$F = 2 N \quad \text{(VI.39)}$$

N est donc la charge de compression agissant sur le cadre fort :

$$N = R_c f \quad \text{(VI.40)}$$

$$N = \frac{\Delta P R_s}{2} \cos \alpha R_c = \Delta P R_s R_c \cos \alpha = \frac{\Delta P R_c^2}{2} \cotg \alpha \quad \text{(VI.41)}$$

Ou bien en fonction de la distance d entre le centre de la sphère et le cadre fort:

$$N = \frac{1}{2} \Delta P d R_c \quad \text{(VI.42)}$$

VI.5 LES OUVERTURES

Les ouvertures sont les différents orifices ouverts dans la structure coque : hublots, portes, soutes de logement d'atterrisseurs, portes cargo, et même les trous de rivets ou de boulons.

Dans tous les cas ces ouvertures constituent une perturbation pour l'écoulement des efforts généraux et induisent en certains points des concentrations de contraintes qui sont nuisibles pour la résistance en fatigue.

Généralement, ces ouvertures nécessitent la mise en place de renforcements, coûteux en poids.

Ces ouvertures sont classées en trois catégories :

- Ouvertures de petites dimensions (trous pour rivets ou boulons).
- Ouvertures de moyennes dimensions (hublots).
- Ouvertures de grandes dimensions (portes).

RÉFÉRENCES

1. M. C. Y. Niu: **Airframe Stress Analysis and Sizing**, 2nd Edition, Hong Kong Conmilit Press LTD, 1999.
2. M. C. Y. Niu: **Airframe Structural Design**, 2nd Edition, Hong Kong Conmilit Press LTD, 1999.
3. E. F. Bruhn: **Analysis and Design of Flight Vehicle Structures**, S.R. Jacobs, 1973.
4. Paul Kuhn: **Stresses in Aircraft and Shell Structures**, McGraw-Hill, 1956.
5. David J. Peery and J. J. Azar: **Aircraft Structures**, McGraw-Hill, 1982.
6. David H. Allen, Walter E. Haisler: **Introduction to Aerospace Structural Analysis**, John Wiley & Sons, 1985.
7. T.H.G. Megson: **Aircraft Structures for Engineering Students**, 3rd Edition, Elsevier, 1999.
8. Warren C. Young, Raymond J. Roark: **Formulas for stress and Strains**, 7th Edition, McGraw Hill Professional, 2002.
9. Metallic Materials Properties Development and Standardization (**MMPDS**) Handbook - 09

ANNEXES

A1- Conversions utiles en aéronautique

Tableau 1: Tableau de conversion

1 inch (pouce)	25.3995 mm
1 inch (pouce)	0.0253995 m
1 foot (ft)	0.3048 m
1 miles	1.609 km
1 lbs (force)	4.448 N
1 lbs (mass)	0.4536 kg
1 ksi (stress)	6895 10^3 Pa (N/m ²)
1 psi (stress)	6895 Pa (N/m ²)
1 psi (stress)	0.070307 kg/cm ²
1 lbf-inch	0.113 N-m
1 lbf/inch	175.118 N/m
1 lbs/in ³	0.027679 kg/cm ³
1 lbs/in ³	16.018486 kg/m ³
1 knot (kts)	1.852 km/h
1 knot (kts)	0.5144 m/s
1 Pascal	1 N/m ²
1 ksi	1000 psi
1 kgf	9.8 N
1 slug	32.174 lbs
1 slug/ft ³	0.01862 lbs/in ³
1 foot	12 inches

A2- Propriétés mécaniques de quelques matériaux utilisés en aéronautique

Tableau 2: Résistance nominale des rivets standards

Matière du rivet		σ_{su} (ksi)
1100F	A	10
5052-H32	B	28
2117-T3	AD	30
2017-T3	D	38
2024-T31	DD	41
7050-T73	KE	41
7075-T73	J	42
Monel	M	49
CRES	C	65
A286	-	90

Tableau 3: Résistance d'un rivet en 2117-T3 dans une tôle en 2024-T3

TOLE EN 2024-T3				
Matière du rivet	2117-T3			
Diamètre du rivet (inch)	3/32	1/8	5/32	3/16
	0.0938	0.1250	0.1562	0.1875
Résistance nominale du rivet (lbs)	207	369	575	830
Epaisseur tôle (inch)	Résistance effective du rivet dans la tôle			
0.040	193	-	-	-
0.045	201	-	-	-
0.050	206	340	-	-
0.056	207	350	-	-
0.063	-	363	525	-
0.071	-	369	540	-
0.080	-	-	560	770
0.090	-	-	575	795
0.100	-	-	-	820
0.112	-	-	-	830
0.125	-	-	-	-
0.140	-	-	-	-
0.160	-	-	-	-
0.180	-	-	-	-
0.190	-	-	-	-

Nota:

Ce tableau tient compte du cisaillement et de l'effet de l'écrasement.

Tableau 4: Caractéristiques mécaniques d'une tôle en 2024-T3

TOLE/PLAQUE – MATIERE: 2024-T3				
Epaisseur de tôle (inch)		0.010 - 0.062	0.063 - 0.128	0.129 - 0.249
σ_{tu} (ksi)	L	60	62	63
	LT	59	61	62
σ_{ty} (ksi)	L	44	45	45
	LT	39	40	40
σ_{cy} (ksi)	L	36	37	37
	LT	42	43	43
σ_{su} (ksi)		37	38	39
σ_{bu} (ksi)	e/D = 1.5	90	92	95
	e/D = 1.7	100	103	105
	e/D = 2.0	114	118	120
σ_{by} (ksi)	e/D = 1.5	66	66	66
	e/D = 1.7	68	68	68
	e/D = 2.0	73	75	75

e: distance de l'axe du trou au bord de la tôle

D: diamètre du trou.

L: sens longitudinal

LT: sens transversal

A3- Charges appliquées en vol sur différentes parties de l'avion

Tableau 5: Contraintes limites de calcul

Partie avion	Structure	Élément	Type de charge	Contrainte de calcul
Fuselage	Lisses	Supérieure	Axiale/Traction	σ_{tu}
	Lisses	Inférieure	Axiale/Compression	σ_{cy}
	Revêtement	-	Traction de Hoop (contraintes de pressurisation)	σ_{tu}
	Couples et poutres	Semelles	Axiale/traction et compression	σ_{tu}, σ_{cy}
		Ame	Cisaillement	σ_{su}
	Poutre de quille "Keel-beam"	Semelles	Axiale/Compression	σ_{cy}
		Ame	Cisaillement	σ_{su}
Aile	Revêtement et lisses	Supérieurs	Axiale/Transversale/Compression	σ_{cy}
		Inférieurs	Axiale/Transversale/Traction	σ_{tu}
	Nervures	Semelles	Axiale/Traction ou Compression	σ_{tu}, σ_{cy}
		Ame	Cisaillement	σ_{su}
	Longerons	Semelles supérieures	Axiale/Compression	σ_{cy}
		Semelles inférieures	Axiale/Traction	σ_{tu}
	Stabilisateur Horizontal	A l'opposé de l'aile pour le chargement des semelles		
Stabilisateur Vertical	Même chose que pour l'aile, mais les charges sont appliquées dans les deux directions			

A4- Principaux alliages utilisés en aéronautique

Tableau 6: Caractéristiques des alliages utilisés en construction aéronautique

Alliage	Forme	Application principale	Caractéristiques
2324-T392 2224-T351	Plaque/ Profilé	Revêtement inférieur de l'aile	Grande résistance à la traction, meilleur que 2024 -T3, meilleure tenue en rupture, à la corrosion et la fatigue.
7150-T6	Plaque/ Profilé	Revêtement supérieur de l'aile	Résistance supérieure à celle du 7178- T6. Bonne tenue en fatigue, meilleure tenue en rupture, à la corrosion et en fatigue.
2024-T3	Tôle	Revêtement du fuselage	Mêmes caractéristiques que pour le 2224-T351 et 2324-T392
7075-T6	Plaque/ Profilé	Empennage vertical Empennage horizontal	Haute résistance, bonne tenue en fatigue, meilleure tenue en rupture, à la corrosion et en fatigue.
7150-T6	Profilé	Semelles de la "keel - Beam"	Plus grande résistance à la compression que le 7178/7075-T6. Bonne tenue en fatigue et à la corrosion.
7075-T73	Pièces forgées	Aile et ferrures du fuselage	Même tenue que pour le 7075 -T6
7075/7175- T736	Pièces forgées	Ailes, ferrures du fuselage et cloisons de fin de pressurisation	Résistance supérieure à celle du 7075- T6 avec tenue en fatigue et de rupture équivalentes.
365/A356/ A357	Pièces moulées	Systèmes hydrauliques et câbles de contrôle	Même tenue que pour le 7050/7075- T736